PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

No. 1. 1. Januar 1924. Redaktionsschluß für No. 3 am 10. Januar 1924. 25. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

H. Kienle, Kosmische Refraktion. S. 1.

G. Hoffmann, Über die Bedeutung der Labilisierung bei der elektrometrischen Messung kleiner Elektrizitätsmengen. S. 6.

K. Hillebrand, Die analytische Behandlung der Fundamentalprobleme der Elektrostatik. S. 8.

G. Jaeckel, Reizschwellenwert, Irradiation und Abbildungsfehler des menschlichen Auges S. 13.

E. Maey, Bemerkungen zu dem Manuskript: „Eine eigentümliche Beugungsinterferenz, von Karl Noack". S. 17.

K. Noack, Schlußwort zu Herrn Maeys Bemerkungen. S. 18.

Vorträge und Diskussionen des deutschen Physikertages in Bonn vom 16.—22 September 1923:

J. Eggert, Über die photochemische Sensibilisation der Maleinesterumlagerung durch Brom. S. 19.

Besprechungen:

Th. Vahlen, Ballistik. S. 21.

Brockhaus, Handbuch des Wissens. S. 22.

W. A. Roth und K. Scheel, Konstanten der Atomphysik. S. 24.

G. Jaeger, Theoretische Physik. S. 24.

Berichtigung. S. 24.

Personalien. S. 24.

Gesuche. S. 24.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Kosmische Refraktion.

Von Hans Kienle.

Die Ausführungen Hopmanns auf dem Physikertag in Bonn*), denen zufolge die auf den Sonnenfinsternisaufnahmen von 1919 und 1922 festgestellten Ablenkungen der Lichtstrahlen sich fast besser durch Courvoisiers „Kosmische Refraktion" darstellen lassen als durch Einsteins Gravitationseffekt, haben in den Kreisen der Zuhörer einiges Aufsehen erregt und wohl auch eine gewisse Verwirrung hervorgerufen. Es könnte den Anschein erwecken, als seien die Astronomen ständig bemüht, auf der einen Seite Bestätigungen der Relativitätstheorie zu erbringen, die sie auf der anderen Seite selbst wieder diskreditieren durch Aufzeigung von Effekten, welche in der gleichen Weise wirken. Und im vorliegenden Falle hat Hopmann die Verhältnisse so dargestellt, daß der Uneingeweihte — das ist hier der Physiker — den Eindruck gewinnen muß, als handle es sich bei dem „Courvoisier-Effekt" um eine ebenso eindeutig feststehende und astronomisch allgemein anerkannte Tatsache wie etwa die Bewegung des Merkurperihels. Ohne an dieser Stelle mich in weitläufige Einzelheiten zu verlieren, sei im Folgenden nur darzulegen versucht, was es mit dem „Courvoisier-Effekt" für eine Bewandtnis hat, wie weit er als verbürgt angesehen werden und für die Erklärung der auf den Sonnenfinsternisaufnahmen beobachteten Verschiebungen der Sternbilder verantwortlich gemacht werden kann.

Die Idee einer kosmischen Refraktion des Lichtes durch ein interplanetarisches Medium wurde von Courvoisier 1904 zuerst zur Erklärung des vielumstrittenen z-Gliedes der Polhöhenschwankung herangezogen[1]), und bei dieser Gelegenheit bereits von Pannekoek[2]) kritisiert. Inzwischen ist man längst zu der Einsicht gekommen, daß der Ursprung des Kimuragliedes recht wenig „kosmischer", sondern durchaus terrestrischer Natur und zum Teil in der nächsten Umgebung des Beobachters (Saalrefraktion) zu suchen ist. Anschließend an die Ausführungen C.s hat Harzer[3]) die mathematische Theorie einer kosmischen Refraktion entwickelt unter der Voraussetzung eines die Sonne umgehenden ellipsoidisch geschichteten Mediums, für dessen Vorhandensein wir ja gewisse Anzeichen in dem Zodiakallicht haben. Von praktischer Bedeutung ist nur der von Harzer gefundene Brechungsindex des hypothetischen Mediums, der von der Größenordnung 1,000001 sein müßte, wenn Verschiebungen der Sternpositionen in der von C. geforderten Größe herauskommen sollen. Daraus ergeben sich Folgerungen bezüglich der Dichte und des Widerstandes dieses Mediums, die so vollkommen in Widerspruch zu all unseren sonstigen Erfahrungen stehen, daß C. selbst in seiner dem Gegenstand gewidmeten Hauptarbeit[3]) auf eine physikalische Deutung der empirischen Ergebnisse verzichtete und die ursprüngliche Idee nur als „Arbeitshypothese" beibehielt. Zweckmäßigerweise hätte damit auch die Bezeichnung „jährliche oder kosmische Refraktion" fallen und der „Courvoisier-Effekt" unabhängig von der der Refraktionstheorie angepaßten empirischen Formel weiter untersucht werden müssen. Dies ist indessen nicht geschehen und dadurch wurden alle späteren Beobachtungen von einem nicht ganz

*) Siehe diese Zeitschrift **24**, 476, 1923.

unvoreingenommenen Standpunkt aus diskutiert.

Das Wesen des „Courvoisier-Effektes", so wie C. selbst ihn in seinen verschiedenen Arbeiten beschreibt, läßt sich kurz dahin präzisieren: Alle Sternpositionen erleiden eine scheinbare, von der Sonne radial nach außen gerichtete und von der Richtung selbst unabhängige Verschiebung, deren Größe als Funktion des sphärischen Abstandes d von der Sonne gegeben ist durch die empirische Formel:

$$r(d) = \varrho\,(1 - \sqrt{\sin d/2}).$$

Die Konstante ϱ hat den Zahlwert 0",55. In der unmittelbaren Umgebung der Sonne, etwa innerhalb 10°, scheint ϱ größer zu sein.

Die Beobachtungen, auf Grund deren C. zu diesen Feststellungen gelangte, sind absolute Rektaszensions- und Deklinationsbestimmungen von hellen Fixsternen, die bis in die nächste Nähe der Sonne verfolgt werden können; und relative Ortsbestimmungen der Venus in der Nähe ihrer oberen Konjunktion mit der Sonne. Bezeichnet man mit α und δ in gewohnter Weise Rektaszension und Deklination, mit $p_\odot$ den Positionswinkel der Sonne bezüglich des betreffenden Gestirnes, so sind die beobachtbaren Verschiebungen in den beiden Koordinaten gegeben durch:

$$\Delta\alpha \cos\delta_* = -r(d)\sin p_\odot$$
$$\Delta\delta = -r(d)\cos p_\odot$$

Die Abweichungen der beobachteten Rektaszensionen von ihrem mittleren Werte sind also positiv, wenn das Gestirn sich östlich von der Sonne befindet (bei Fixsternen vor, bei Venus nach der Konjunktion), negativ, wenn das Gestirn westlich von der Sonne steht; sie gehen durch Null hindurch im Zeitpunkte der Konjunktion ($\alpha_\odot = \alpha_*$). In Deklination erreichen die Abweichungen ein Maximum bei der Konjunktion und wechseln das Vorzeichen, wenn $\delta_\odot = \delta_*$ wird. Nach diesen allgemeinen Vorbemerkungen wollen wir dazu übergehen, die einzelnen Beobachtungsgruppen zu diskutieren.

1. Absolute Rektaszensionen von Fixsternen. Hier eignen sich in erster Linie die beiden Sterne α-Tauri und α-Leonis, von denen längere Reihen von Tagbeobachtungen bis in möglichste Nähe der Sonne aus Pulkowa und Odessa vorliegen; ihnen fügt C. noch eigene Berliner Beobachtungen hinzu. Bei der Reduktion der Beobachtungen[5]) verfährt C. summarisch in der Weise, daß er monatweise mittelt, nun aber nicht diese Monatsmittel einer Ausgleichung unterwirft, sondern unter Beschränkung auf die der Konjunktion unmittelbar vorangehenden bzw. nachfolgenden beiden Monatsmittel lediglich die Differenzen der Beobachtungen vor und nach der Konjunktion gegen einander bildet und diese, nachdem sie noch mit Hilfe eines angenommenen Wertes für die Parallaxe verbessert wurden, als Wirkung der „jährlichen Refraktion" auffaßt. Berücksichtigt man indessen auch die übrigen Mittel, dann zeigt sich fast durchwegs ein deutlicher systematischer Gang, aber nicht von Jahresperiode, wie es nach C. sein müßte. Bei α-Tauri z. B. schneidet die Kurve der B—R die Zeitachse in den folgenden, von der Konjunktion aus gezählten Punkten:

Pulkowa	1880/84	$-0\alpha,3$	$0\alpha,0$	$+0\alpha,2$
„	1897/02	−0 ,25	0 ,0	+0 ,15
Odessa	1899/03	−0 ,2	0 ,0	+0 ,15

Bei α-Leonis sind die entsprechenden Werte, soweit sich überhaupt eine Gesetzmäßigkeit erkennen läßt:

Pulkowa	1882/84	$-0\alpha,2$	$+0\alpha,05$
Odessa	1899/03	−0,3	−0,1	+0 ,05

In allen Fällen also Anzeichen einer wesentlich kürzeren Periode als ein Jahr ($^1/_3$ bzw. $^1/_2$ Jahr). Die Erscheinung ist teilweise so ausgesprochen, daß man nicht umhin kann, darin die Wirkung eines systematischen Fehlers zu sehen, der erst eliminiert werden müßte, bevor daran gedacht werden kann, die Konstante der „jährlichen Refraktion" aus den Beobachtungen abzuleiten.

Auf die von C. ebenfalls herangezogenen Polsternbeobachtungen braucht hier nicht weiter eingegangen zu werden; einerseits ist wegen des großen und nur in geringem Umfange variablen Sonnenabstandes dieser Sterne die a priori zu erwartende Verschiebung der Positionen nur klein — und kommt auch dementsprechend heraus — andererseits gehen gerade in die Reduktion absoluter Polsternbeobachtungen eine Reihe nur schwer zu eliminierender Größen ein, so daß die „zweifellos reellen Resultate für die systematische Abweichung" nicht viel zur Stütze der Arbeitshypothese beitragen können.

2. Rektaszensionen der Venus in der Nähe ihrer oberen Konjunktion. Im Gegensatze zu den Fixsternbeobachtungen handelt es sich hier nicht um absolute, sondern nur um relative Beobachtungen, in die die ganzen Unsicherheiten des aus Fundamentalsternbeobachtungen abgeleiteten Uhrstandes eingehen. Da nur wenige helle Fundamentalsterne im vollen Tageslichte beobachtet werden können, ist eine ausreichende Kontrolle der täglichen Schwankungen des Uhrganges nicht möglich. Ein Beispiel zur Erläuterung des Gesagten: 1915 wurde Venus gleichzeitig von Mündler in Heidelberg und Kępiński in Berlin beobachtet. Die Tagesbeobachtungen der Fundamentalsterne er-

gaben in beiden Fällen erhebliche Korrektionen[7]). Bei den Heidelberger Beobachtungen wurden diese Beobachtungen dann einfach verworfen, weil „die graphische, lineare Interpolation des Uhrstandes für Venus aus diesen Daten sich als zu ungenau erwies". Der weitere Schluß wäre doch nun wohl gewesen, daß man auch bezüglich der Venusbeobachtungen Vorsicht walten lassen müsse; denn warum sollten sie weniger den bei den Fixsternen sich zeigenden Einflüssen systematischer Fehler unterliegen? Statt dessen aber interpoliert C. für Venus die Uhrstände einfach aus den Nachtbeobachtungen der Fundamentalsterne und deutet die sich ergebenden Abweichungen der Venusörter im Sinne der „jährlichen Refraktion". Erfolg: der sehr große Betrag von $+1''{,}10 + 0''{,}29$ für $r(3^0{,}3)$. Die Beobachtungen Kopińskis wurden direkt an die Tagbeobachtungen der Fundamentalsterne angeschlossen mit dem Ergebnis, daß für die hypothetische Refraktion der Betrag von nur $+0''{,}28 + 0''{,}22$ herauskam, dessen mittlerer Fehler übrigens, wie wir gleich noch sehen werden, zu klein angegeben ist. C. schließt: „Dieser geringe Betrag der Abweichung dürfte hauptsächlich auf die nicht hinreichend systematische Anlage der Messungen zurückzuführen sein", während die naturgemäße Folgerung die gewesen wäre, daß die in Heidelberg sich verratenden systematischen Unterschiede zwischen Tag- und Nachtbeobachtungen — das und nichts weiter ist die „kosmische Refraktion" — durch den möglichst strengen Anschluß der Venus an gleichzeitig beobachtete Fixsterne in Berlin in hohem Grade eliminiert wurden.

Bezüglich der Ableitung der Konstanten der „jährlichen Refraktion" aus den $B-R$ sind die gleichen Einwendungen zu machen wie unter 1): es ist nicht zulässig, summarisch vor und nach der Konjunktion zu mitteln, wenn der Verlauf der $B-R$ in seinen Hauptzügen nicht den Voraussetzungen der Arbeitshypothese entspricht. Rechnet man, unter Zugrundelegung mehrerer Mittelwerte, streng nach der oben angegebenen Formel, wobei nach dem Vorgange C.s innerhalb der für die Venus in Betracht kommenden Sonnenabstände r im Mittel konstant genommen wird, dann ergeben sich die folgenden Zahlen, welche den von C. gefundenen[7]) [10]) gegenübergestellt seien:

		Ausgleichung		Courvoisier	
Heidelberg 1915	$r(3^0{,}3)$ =	$+1''{,}35$	$+0''{,}25$	$+1''{,}10$	$+0''{,}29$
Pulkowa 1864	4 ,4	0 ,31	0 ,35	0 ,46	0 ,25
Berlin 1907	5 ,0	0 ,49	0 ,44	0 ,84	0 ,26
„ 1915	5 ,4	0 ,21	0 ,27	0 ,28	0 ,22
Heidelberg 1909	6 ,0	0 ,38	0 ,50	0 ,38	0 ,23*)
Berlin 1917	6 ,0	0 ,32	0 ,21	0 ,40	0 ,14

Man erkennt fast durchweg eine Verkleinerung der Werte für r und eine Vergrößerung der mittleren Fehler, die zeigt, daß kaum eine der Zahlen als verbürgt angesehen werden kann. Hervorgehoben sei noch, daß die Beobachtungen so übernommen wurden, wie C. sie mitteilte, und daß lediglich etwas anders gerechnet wurde. Scheidet man den aus den oben angegebenen Gründen auf alle Fälle verfehlten Wert Heidelberg 1915 aus, so folgt aus den übrigen Zahlen rein formal

$$r(5^0{,}5) = +0''{,}31 + 0''{,}14,$$

wobei es dahingestellt sei, ob eine solche Mittelbildung nach Lage der Dinge überhaupt einen Sinn und der sich rechnerisch ergebende Fehler große Überzeugungskraft hat.

3. Absolute Deklinationen von Fixsternen. Die Schwierigkeiten absoluter Deklinationsbestimmungen infolge deren starker Beeinflussung durch die Unsicherheiten in der Berechnung der atmosphärischen Refraktion sind hinreichend bekannt, um gegen alle Schlüsse skeptisch zu stimmen, welche aus dem jahreszeitlichen Gange der $B-R$ gezogen werden. Aus den Diskussionen der letzten Jahre über die „Saalrefraktion" weiß man, welche große Rolle C. selbst dieser Quelle systematischer Verfälschungen der Beobachtungen zuschreibt. Es kann darum auch nicht wundernehmen, wenn aus den älteren Deklinationsbeobachtungen sonnennaher Sterne recht widersprechende Zahlenwerte für die „kosmische Refraktion" sich ergeben, je nach den empirischen Temperaturkorrektionen, welche an die Beobachtungen angebracht werden[4]) [5]). Mehrfach erhält C. sogar negative Werte, die aus den Schlußresultaten nur infolge der vorgenommenen Mittelbildungen verschwinden. Man kann von diesen Beobachtungen auch aus dem Grunde absehen, weil inzwischen einige von C. am Berliner Vertikalkreis angestellte Messungsreihen veröffentlicht wurden[10]), deren Ergebnisse für die Beurteilung des vorliegenden Problems von umso größerer Wichtigkeit sind, als die Beobachtungen ganz

*) Dies ist der von C. durch „teilweise graphische Interpolation" der Uhrstände, also die weniger anfechtbare Methode, gefundene Wert.

mit Rücksicht auf den speziellen Zweck angelegt sind. Wir wollen diese Ergebnisse im Folgenden etwas näher beleuchten.

Der Raum des Vertikalkreises ist für Nachtbeobachtungen wohl praktisch frei von Saalrefraktion, dagegen keineswegs am Tage; vor allem, wenn, wie dies hier der Fall war, der Spalt teilweise durch das Sonnensegel geschlossen wird. Um den Einfluß der Unsicherheit der der Refraktionsrechnung zugrunde gelegten Lufttemperaturen zu eliminieren, bestimmt C. empirische Temperaturkorrektionen aus gleichzeitigen Polarisbeobachtungen, die einen deutlichen Gang mit der Jahreszeit aufweisen und sich zwischen $-0^0{,}5$ und $+1^0{,}7$ bewegen. Schon die Größe dieser rein empirisch ermittelten Korrektionen der Beobachtungen muß Bedenken erwecken. Bedingen sie doch bei α-Orionis z. B. Korrektionen der beobachteten Zenitdistanzen zwischen $-0''{,}04$ und $+0''{,}46$, während die Gesamtamplitude der hypothetischen „jährlichen Refraktion" theoretisch nur $0''{,}35$ beträgt. Was vor allem aber berechtigt dazu, die im Vertikal des Polaris, d. h. in dem freien nördlichen Teile des Spaltes, gefundenen empirischen Verbesserungen ohne weiteres zu übertragen auf die hinter dem stark bestrahlten Sonnensegel angestellten Beobachtungen von Südsternen? Es ist hier nicht der Ort, zu untersuchen, welche Ergebnisse eine andere Reduktion der Messungen zutage fördern würde; wir wollen vielmehr die $B-R$ C.s ohne Korrektur übernehmen und nur, wie oben bei den Venusbeobachtungen, die Ableitung der Konstanten der „jährlichen Refraktion" neu vornehmen. Denn auch in diesem Falle ist das von C. eingeschlagene Verfahren nicht einwandfrei und gibt kein richtiges Bild von der wirklichen Genauigkeit der Resultate. C. bildet nämlich zunächst aus den $B-R$ in passender Weise Mittelwerte (6 bis 7), gleicht diese dann graphisch aus, entnimmt der Kurve möglichst symmetrisch zur Konjunktion gelegene Werte und unterwirft erst diese (schon einmal ausgeglichenen!) Zahlen einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Dieses Verfahren widerspricht selbstverständlich dem Grundgedanken der Ausgleichungsrechnung und es ist klar, daß einerseits die gesuchte Konstante dadurch sicher zu groß erhalten wird, weil die ausgleichende Kurve ganz unbewußt im Sinne des zu erwartenden Effektes gezogen wird; und daß andererseits vor allem der formal sich ergebende mittlere Fehler der Unbekannten zu klein ausfällt, weil ja nicht die Originalbeobachtungen dargestellt werden, sondern bereits ausgeglichene Werte. Die Durchführung der Rechnungen mit C.s unausgeglichenen Mittelwerten bestätigt diese Erwartungen, wie aus der folgenden Gegenüberstellung klar zu erkennen ist.

		Ausgleichung		Courvoisier	Formel
β-Geminorum . . .	$r\ (7^0) =$	$+0''{,}14 \pm 0''{,}21$		$+0''{,}36 \pm 0''{,}12$	$+0''{,}41$
α-Orionis	16	0 ,24	0 ,21	0 ,27 0 ,07	0 ,35
α-Aurigae	23	0 ,18	0 ,14	0 ,28 0 ,08	0 ,30
α-Persei	30	0 ,20	0 ,33	0 ,28 0 ,23	0 ,27
β-Ursae maj. . . .	50	0 ,29	0 ,19	0 ,24 0 ,05	0 ,19

Wie man sieht, ist in Wirklichkeit keine der Zahlen verbürgt außer der letzten — wobei es zum mindesten merkwürdig ist, daß der gesuchte Effekt dort am reinsten hervortritt, wo er am kleinsten sein sollte — und ihr Verlauf entspricht keineswegs den Forderungen der Arbeitshypothese, wie sie in den Zahlen der letzten Spalte zum Ausdruck kommen. Was in den Beobachtungen C.s noch an systematischen Fehlern steckt, geht deutlich hervor, wenn man die Messsungen der einzelnen Jahre gesondert betrachtet. Nachstehend gebe ich die graphisch interpolierten Mittelwerte der $B-R$ für die beiden Sterne α-Aurigae und α-Orionis, getrennt für die beiden Jahre 1915 und 1916.

	α-Aurigae		α-Orionis	
	1915	1916	1915	1916
$0^\alpha{,}30$	$+0''{,}25$	$+0''{,}45$	$-0''{,}25$	$+0''{,}19$
,40	+0 ,23	+0 ,77	−0 ,32	+0 ,12
,45	+0 ,35	+0 ,30	−0 ,53	+0 ,12
,50	+0 ,35	+0 ,10	−0 ,30	+0 ,13
,60	+0 ,14	+0 ,24	−0 ,13	+0 ,17

Sollten nicht die Beobachtungen von α-Orionis im Jahre 1916, wo sie sich durch einen konstanten Mittelwert vollkommen darstellen lassen, größeres Vertrauen verdienen als die des Jahres 1915, die formal auf $r\ (16^0) = +0''{,}40 \pm 0''{,}16$ führten? Und ist es wohl zulässig, Reihen von so widerspruchsvollem Charakter zu vereinigen, ohne vorher die Widersprüche zu beseitigen, die rein zahlenmäßig größer sind als der Effekt der „jährlichen Refraktion"?

4. Deklinationen der Venus in der Nähe ihrer oberen Konjunktion[7, 10]. Wir wollen auch hier wieder die Berechtigung der von C. an die Beobachtungen angebrachten empirischen Korrektionen in vollem Umfange anerkennen und nur die Schlußreduktion, die der Ableitung von r gilt, einer Kritik unter-

werfen. C. geht folgendermaßen vor: Die $B-R$ zeigen einen ausgesprochenen Gang mit der Zeit. Es werden nun drei Mittel gebildet, eines, welches die Beobachtungen in unmittelbarer Umgebung der Konjunktion umfaßt und je eines aus den Beobachtungen vor und nach der Konjunktion. Zwischen den beiden äußeren Mitteln wird einfach linear interpoliert auf den Zeitpunkt des mittleren und die Differenz zwischen dem interpolierten und dem beobachteten Wert als Wirkung der „jährlichen Refraktion" aufgefaßt. Ganz abgesehen von dem Verzicht auf eine Erklärung des zeitlichen Ganges der Beobachtungen und den Nachweis der Berechtigung der bloß linearen Interpolation, kann dieses summarische Verfahren hier ebenso wenig gut geheißen werden, wie oben bei den Rektaszensionsbeobachtungen. Gleicht man die $B-R$ streng aus nach der Zeit und dem Faktor der „jährlichen Refraktion", dann erhält man die folgenden Zahlen, im Gegensatz zu den Resultaten C.s.

	Ausgleichung	Courvoisier
1915:	$r\,(3^0{,}6) = -0''{,}34 \pm 0''{,}34$	$+0''{,}62 \pm 0''{,}50$ (beide Libellen)
	$+1{,}64 \pm 0{,}70$	$+1{,}73 \pm 0{,}50$ (untere Libelle)
1917:	$r\,(3^0{,}9) = +0{,}48 \pm 0{,}73$	$+1{,}00 \pm 0{,}40$

Die Ablesungen an der oberen Libelle sind nach C. nicht ganz zuverlässig. Ob dies aber dadurch ausgeglichen werden kann, daß die beiden Zahlen $0''{,}62$ und $1''{,}73$ zu einem Mittel $1''{,}18 \pm 0''{,}50$ vereinigt werden und dieser Wert als Ausdruck der „jährlichen Refraktion" angesehen werden darf? C. macht noch einen anderen Versuch, indem er das Zeitglied durch ein mit der Zenitdistanz variierendes Glied ersetzt, den zeitlich linearen Gang der Beobachtungen damit auf Fehler in der Berechnung der atmosphärischen Refraktion zurückführend. 1915 sinkt dadurch der Wert für r von $1''{,}19 \pm 0''{,}50$ auf $0''{,}54 \pm 0''{,}70$, während sich 1917 statt des obigen Werte zwischen $+0''{,}36$ und $+3''{,}24$ ergeben. Es dürfte wohl kaum einem Zweifel unterliegen, daß Beobachtungen, die so empfindlich sind gegen das bei der Reduktion eingeschlagene Rechenverfahren, nur von geringer Beweiskraft sein können in einer so diffizilen Angelegenheit. Wollten wir uns derselben Art der Mittelbildung „nach Maßgabe der mittleren Fehler" bedienen, so ergäbe sich als Endresultat der C.schen Venusbeobachtungen der Wert

$$r\,(3^0{,}7) = +0''{.}09 \pm 0''{,}28,$$

d. h. es ist keine „jährliche Refraktion" nachweisbar.

5. Beobachtungen der Venus in der Nähe ihrer unteren Konjunktion. Die Realität der im Vorstehenden diskutierten scheinbaren Verschiebungen der Sternpositionen vorausgesetzt, handelt es sich nun darum, zu entscheiden, ob diese Verschiebungen kosmischen oder terrestrischen Ursprungs sind. Ein Mittel dazu könnten Beobachtungen der Venus in der Nähe ihrer unteren Konjunktion an die Hand geben; denn dann nehmen Sonne und Venus zwar scheinbar am Himmel dieselbe Lage gegeneinander ein wie bei der oberen Konjunktion, während Venus in Wirklichkeit zwischen Sonne und Erde hindurchgeht. Eine Ablenkung der Lichtstrahlen durch ein zirkumsolares Medium müßte also in der unteren Konjunktion in sehr viel geringerem Maße in die Erscheinung treten als bei der oberen Konjunktion, während ein terrestrischer Effekt beide Male in der gleichen Weise sich äußern müßte. Es erwächst indessen hier eine Schwierigkeit, welche es kaum ermöglicht, eine wirkliche Entscheidung der Frage herbeizuführen: Während Venus in oberer Konjunktion im Fernrohr den Anblick eines kleinen, mit verhältnismäßiger Sicherheit einzustellenden Scheibchens darbietet, hat sie in unterer Konjunktion stark wechselnde Sichelgestalt, die jeweils nur einen Rand bzw. die Hörnerspitzen zu beobachten gestattet, zudem vor der Konjunktion den westlichen, nach der Konjunktion den östlichen Rand. Der Betrag der systematischen Verschiebung hängt daher ganz davon ab, welcher scheinbare Durchmesser der Venusscheibe den Reduktionen zugrunde gelegt wird.

Aus älteren Beobachtungsreihen[9]) des Planeten hat C. fast durchgängig negative Werte für r gefunden, im Mittel

$$r\,(12^0) = -0''{,}34 \pm 0''{,}13,$$

und schließt daraus, „daß in diesem Falle jährliche Refraktion nicht nachweisbar" sei. Da C. positive Werte von diesem Betrage und mit prozentual zum Teil sehr viel größeren mittleren Fehlern als verbürgt und für die Theorie sprechend ansieht, bedürfte füglich auch dieser negative Wert einer Erklärung und berechtigt nicht zu dem Schlusse: „... so spricht das ... negative Zahlenresultat einstweilen dafür, daß es sich ... um eine zirkumsolare (kosmische) und keine terrestrische Erscheinung handelt". Die inzwischen hinzugekommenen Beobachtungen haben das Bild nicht zugunsten der Theorie einer „kosmischen Refraktion" zu verschieben vermocht. C. fand aus Deklinationsbeobachtungen am Vertikalkreis[12]) den Wert $r\,(11^0) = -0''{,}45 \pm 0''{,}40$, also einen negativen Betrag von durchaus derselben Größe

wie die positiven Beträge bei der oberen Konjunktion. Kopffs[11]) Rektaszensionsbeobachtungen ließen, je nach der Wahl des Venushalbmessers, Werte von $r\,(24^0)$ zwischen $-0'',15 \pm 0'',29$ und $+0'',83 \pm 0'',30$ zu. Bei den Rektaszensionsbeobachtungen Struves[14]) konnte Kühl zeigen, daß sie sich mit den von ihm auf Grund der „Kontrasttheorie" abgeleiteten Korrektionen wegen systematischer Einstellungsfehler physiologischer Natur vollkommen darstellen lassen ohne „kosmische Refraktion".

6. Zusammenfassung. Überblickt man die einzelnen zur Stützung der Theorie einer „kosmischen Refraktion" herangezogenen Beobachtungsgruppen, so kommt man zu dem Schlusse, daß von einer Bestätigung der „Arbeitshypothese" nicht die Rede sein kann. Weder entspricht der Verlauf der B–R im einzelnen den Forderungen der Hypothese (bezüglich der Periodizität), noch fügen sich die Mittelwerte der die Abhängigkeit vom Sonnenabstande beherrschenden Formel. Die von Hopmann a. a. O. ohne hinreichende Kritik aus Cs Arbeiten zusammengetragenen Zahlen geben ein vollkommen einseitiges Bild von der Genauigkeit, mit der der „Courvoisier-Effekt" durch die Beobachtungen gestützt wird. Auf Grund des bis heute vorliegenden Materials läßt sich nur sagen: In den Meridiankreis-Tagbeobachtungen — nur um solche handelt es sich ja — steckt noch ein systematischer Fehler, der sich darin ausdrückt, daß im Durchschnitt Vormittagsbeobachtungen etwas andere Resultate ergeben als Nachmittagsbeobachtungen*). Saalrefraktion, laterale Refraktionen, instrumentelle und physiologische Fehler, alle mehr oder weniger vom Sonnenstande abhängig, liefern Erklärungsmöglichkeiten genug für die Erscheinung, ohne daß der mindeste Grund dafür vorläge, zu einer „kosmischen" Ursache seine Zuflucht zu nehmen. Der „Courvoisier-Effekt" ist ein durch die Art der Beobachtung (absolute Rektaszensions- bzw. Deklinationsbestimmungen) bedingter systematischer Fehler. Er hat mit den auf den Sonnenfinsternisaufnahmen beobachteten Verschiebungen der Sternpositionen (die durch differentielle Messungen gefunden wurden) nichts zu tun. Es besteht daher keine Veranlassung, die Ergebnisse der Sonnenfinsternisexpeditionen nicht als Bestätigung der Einsteinschen Formel anzuerkennen.

*) Siehe auch [15]).

Literatur.

1) Courvoisier, Kimuras Phänomen und die „jährliche Refraktion" der Fixsterne. Astr. Nachr. **167**, 81—106 (Nr. 3990/91), 1905.

2) Pannekoek-Courvoisier, Kontroverse über 1). Astr. Nachr. **167/168** (Nr. 4008, 4012, 4024, 4031), 1905.

3) Harzer, Über die kosmische Strahlenbrechung. Astr. Nachr. **168**, 261—270 (Nr. 4025), 1905.

4) Jost, Versuch einer Bestimmung der kosmischen Strahlenbrechung am Repsoldschen Meridiankreis der Straßburger Sternwarte. Astr. Nachr. **180**, 377—388 (Nr. 4320), 1909.

5) Courvoisier, Über systematische Abweichungen der Sternpositionen im Sinne einer jährlichen Refraktion. Beob.-Erg. der Kgl. Sternwarte zu Berlin, Nr. 15, 1913.

6) Ross, A Correction to Courvoisier's Yearly Refraction. Astr. Nachr. **196**, 339 (Nr. 4699), 1913.

7) Courvoisier, Resultate aus Ortsbestimmungen des Planeten Venus in der Nähe seiner oberen Konjunktion. Astr. Nachr. **202**, 369—378 (Nr. 4846), 1916.

8) Kępiński, Venusbeobachtungen 1917 am Passageninstrument der Sternwarte Babelsberg. Astr. Nachr. **207**, 175/176 (Nr. 4959), 1918.

9) Courvoisier, Aufforderung zu Meridianbeobachtungen des Planeten Venus in der Nähe seiner unteren Konjunktion. Astr. Nachr. **208**, 163—168 Nr. 4979), 1919.

10) Courvoisier, Neue Untersuchungen über die jährliche Refraktion. Astr. Nachr. **209**, 337—356 (Nr. 5014/15), 1919.

11) Kopff, Rektaszensionsbeobachtungen der Venus bei der unteren Konjunktion 1919. Astr. Nachr. **211**, 193—196 (Nr. 5049), 1920.

12) Courvoisier, Deklinationen des Planeten Venus zur Zeit seiner unteren Konjunktion. Astr. Nachr. **211**, 195—198 (Nr. 5049), 1920.

13) Courvoisier, Jährliche Refraktion und Sonnenfinsternisaufnahmen 1919. Astr. Nachr. **211**, 305—312 (Nr. 5056), 1920.

14) Struve, Rektaszensionsbeobachtungen des Planeten Venus in der unteren Konjunktion 1921 und Anwendung der Kontrasttheorie zur Bestimmung der Irradiation. Astr. Nachr. **215**, 425—430 (Nr. 5158), 1922.

15) Kopff, Bemerkung zur Herleitung der jährlichen Refraktion aus Rektaszensionsbeobachtungen. Astr. Nachr. **219**, 281 (Nr. 5249) 1923.

München, Sternwarte, 12. Dezember 1923.

(Eingegangen 16. Dezember 1923.)

Über die Bedeutung der Labilisierung bei der elektrometrischen Messung kleiner Elektrizitätsmengen.

Von G. Hoffmann.

Denken wir uns Aufladung und Ausschlag eines Elektrometers in zwei Schritte zerlegt: 1. Erteilung einer Ladung (de) bei festgehaltenem Instrument; es entsteht eine Spannungsänderung dv_1

$$dv_1 = \frac{de}{C}, \qquad (1)$$

wo C die Kapazität des Instruments in der augenblicklichen Lage plus Kapazität der angeschlossenen Apparatteile bedeutet. 2. Schwingenlassen des Instruments; es erreicht eine neue Gleichgewichtslage. Infolge der Bewegung sinkt die elektrostatische Energie und das Potential fällt durch Influenz um den Betrag dv_2. Die

gesamte Potentialänderung $dv = dv_1 - dv_2$ können wir setzen

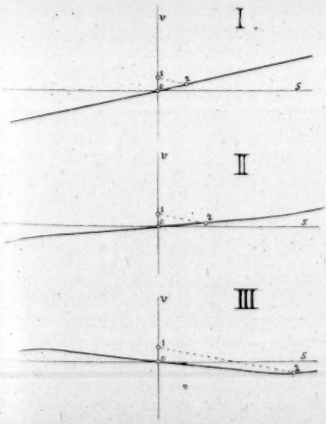
$$dv = \frac{de}{C'}, \quad \text{wo } C' > C. \qquad (2)$$

Der Unterschied zwischen C' und C ist für verschiedene Instrumenttypen sehr verschieden. Zum Beispiel klein beim Fadenelektrometer, weil bei der Bewegung des Fadens die Influenzwirkung gering ist, groß beim Quadrantenelektrometer, da die geladene Nadel bei Drehung sehr erhebliche Influenzladungen hervorruft. Aus diesem Grunde ist das Fadenelektrometer für die Messung kleiner Elektrizitätsmengen dem Quadrantelektrometer überlegen, wenn an den Faden nur eine Versuchsapparatur von wenigen Zentimetern Kapazität angeschlossen zu werden braucht.

Die praktische Benutzungsgrenze beider Elektrometertypen dürfte in folgender Weise gegeben sein:

1. Fadenelektrometer.
   Kapazität: Faden + Versuchsanordnung = 2 cm,
   Voltempfindlichkeit: 1 Skalenteil = 1 mV,
   Ladungsempfindlichkeit: 1 Skalenteil = 2 mVcm = 14000 Elektr.-Quanten.
2. Quadrantelektrometer.
   Kapazität: $C' = 50$ cm,
   Voltempfindlichkeit: 1 Skalenteil = 0,1 mV,
   Ladungsempfindlichkeit: 1 Skalenteil = 5 mVcm = 35000 Elektr.-Quanten.

Über diese Grenze hinaus gelangt man nur durch Benutzung der Labilisierung. Erreichen wir durch geeignete Hilfsmittel, daß ein Instrument die durch die Figur angezeigten drei verschiedenen Eichkurven gibt, so können wir, wie wir im Folgenden sehen werden, nur vom Typus III aus die Ladungsempfindlichkeit beliebig hoch steigern. In diesen Kurven sind zusammengehörige Werte von Elektrometerspannung (v) und Skaleneinstellung (s) eingezeichnet. Von der linearen Skala der Zeichnung I gelangen wir bei II zu einer Anordnung, bei der durch Astasierung im mittleren Teil die Spannungsempfindlichkeit beliebig hoch getrieben werden kann (Grenze allein gegeben durch kriechende Einstellung, Inkonstanz der Hilfsspannung usw.), und schließlich zum Kurventypus III, wo im mittleren Teil die Elektrometereinstellung für fest angelegte Potentiale schon labil ist.



Erteilen wir dagegen im Sinne der Ausführungen am Anfang bei festgehaltenem Instrument eine Ladung de und lassen dann das Instrument schwingen, so gelangen wir auf den Figuren von 0 nach 1 und dann unter Sinken des Potentials nach 2. Wir sehen, daß wir bei noch so weit getriebener Spannungsempfindlichkeit stets in einem bestimmten Punkte die Eichkurve treffen werden, daß also der erteilten Ladung nur ein begrenzter Ausschlag entspricht, weil das Potential bei der Bewegung absinkt. Erst wenn wir zu einem Verhalten des Instruments übergehen, das dem Typus III entspricht, kann eine kleine Ladungsänderung einen beliebig großen Ausschlag hervorrufen, wenn nämlich $\frac{dv}{ds}$ negativ und gleich dem Spannungsabfall bei der Bewegung infolge der Influenzwirkung ist. Im Typus III kann also auch die Ladungsempfindlichkeit bis zur Labilitätsgrenze gesteigert werden.

Ein Instrument, das diese verschiedenen Typen von Kurven bei entsprechender Einstellung der Hilfsladung gibt, habe ich vor einigen Jahren[1]) beschrieben. Es schwingt hier ein Flügelsystem, dem die zu messende Ladung zugeführt wird, in einer Dose, an deren beiden Hälften die Hilfsspannung mit entgegengesetzt gleichen Potentialen angelegt wird. Die Benutzung des Gebietes III setzt aber besondere Hilfsapparate voraus. Wenn das Instrument hier an Spannung gelegt werden soll, so muß zunächst das Flügelsystem plus angelegter Apparatur isoliert werden und dann die Hilfsspannung und eine Asymmetrie kompensierende Influenzierungsspannung angelegt werden, weil nur im isolierten Zustand das System im stabilen Gleichgewicht schwingt. Ebenso ist auch Abschaltung aller Spannungen im Gebiet III bei jeder Ab-

1) G. Hoffmann, diese Zeitschr. **13**, 480 u. 1029, 1912; Ann. d. Phys. **42**, 1196, 1913 u. **52**, 665, 1917.

leitung des Instruments erforderlich, wo beim gewöhnlichen Elektrometer nur der Erdungskontakt betätigt wird. Daher ist für die bequeme Benutzung dieses Empfindlichkeitsbereichs die Hinzunahme einer speziellen Schaltwippe und eines elektrisch gesteuerten Ableitungskontaktes notwendig. Apparate, die früher erwähnt wurden, die jetzt aber von der das Instrument bauenden Firma[1]) mit ausgeführt werden. Mit diesen Apparaten ist die ganze Bedienung auf eine einfache Druckknopfbetätigung reduziert.

Wie weit in das Labilitätsgebiet hineingegangen werden muß, um eine bestimmte Ladungsempfindlichkeit zu erreichen, hängt ab von der angehängten Apparatur. Im Gegensatz zu dem üblichen Verhalten aller Elektrometer im Gebiet stabiler Potentialeinstellung (I und II) wächst in III die Ladungsempfindlichkeit mit Vergrößerung der angehängten Kapazität. Dies Verhalten ist daraus zu verstehen, daß wachsende Kapazität die Unterschiede von Konstanz der Ladungen und Konstanz der Spannungen gegenüber den Influenzwirkungen des schwingenden Flügels reduziert, und für konstante Spannungen ist das Instrument in III labil. Die wirksame Kapazität des Instruments ist in III negativ. Es ist nützlich, mit Rücksicht auf die Einstellungsgeschwindigkeit mit möglichst geringen angehängten Kapazitäten zu arbeiten. Das Instrument kann jeder angehängten Kapazität angepaßt werden. Hierüber muß auf die früheren Arbeiten und auf die Gebrauchsanweisung[2]) verwiesen werden. Trotzdem die Kapazität des Instruments bei festgehaltenem Flügel etwa 3 cm beträgt, sind mit ihm Ladungsempfindlichkeiten von

1 Skalenteil = 0,14 mVcm = 1000 Elekt.-Quanten

gut zu benutzen[3]).

Die Anwendung der Labilisierung erschließt also ein neues Gebiet der elektrometrischen Messung. In den früheren Publikationen ist zwar auf diese Besonderheit des Instruments deutlich hingewiesen worden, trotzdem ist es aber von verschiedenen Seiten nur im Zustand II verwandt worden, so daß es nicht seine volle Wirksamkeit entfalten konnte.

Sowie die Empfindlichkeit eines Elektrometers für Ladungen eine gewisse Grenze überschreitet, reicht die Isolation der Luft nicht mehr aus. Der Reststrom läßt sich nur dadurch beseitigen, daß das Instrument evakuiert wird. Daher sind auch die oben für Fadenelektrometer und Quadrantelektrometer angegebenen äußersten Empfindlichkeiten praktisch nicht brauchbar, solange diese Instrumente nicht evakuierbar eingerichtet sind. Bei dem von mir angegebenen evakuierbaren Instrument wird das Vakuum so eingestellt, daß einerseits der Reststrom praktisch beseitigt ist, andererseits die Dämpfung der Flügelbewegung eine zweckmäßige Höhe hat.

Königsberg i. P., Physik. Inst.

(Eingegangen 15. Dezember 1923.)

1) E. Leybold's Nachf., Köln a. Rh.

2) Von Herrn Dr. Steinke verfaßt, erscheint demnächst mit den neuen Instrumentserien bei E. Leybold's Nachf. (Köln).

3) Vgl. auch die Registrierkurven, diese Zeitschr. **24**, 475, 1923.

Die analytische Behandlung der Fundamentalprobleme der Elektrostatik.

Von K. Hillebrand.

Die von C. Neumann vorgeschlagene und von ihm auch für ebene Kurven durchgeführte Verwendung der sogenannten „Elementarbelegungen" und „Elementarpotentiale" geben, in sinngemäßer Übertragung auf den dreidimensionalen Raum, die Möglichkeit, die Grundprobleme der Elektrostatik, Gleichgewichtsverteilungen auf beliebig geformten Leitern, in allgemeiner Weise, wenigstens formal, zu erledigen. Überdies kann die Parameterdarstellung der Oberflächen und die Zuordnung ihrer Punkte zu den sphärischen Koordinaten so gewählt werden, daß Größen und Beziehungen auftreten, die eine sehr einfache geometrische beziehungsweise physikalische Deutung zulassen.

Die ganz allgemein gehaltenen Ausführungen sollen auch Anhaltspunkte dafür geben, welcher Art die einer bestimmten Fläche zugehörenden Funktionen sind, deren Kenntnis die tatsächliche Erledigung der gedachten Probleme durchführen läßt.

Elementarbelegung und Elementarpotentiale.

Es sei $F(x, y, z) = 0$ die Gleichung der Oberfläche eines Leiters, die als eine geschlossene Fläche ohne Unstetigkeiten vorausgesetzt werden soll. Ist ferner

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 = \frac{1}{H^2},$$

so sind

$$\cos(n, x) = H\frac{\partial F}{\partial x},\quad \cos(n, y) = H\frac{\partial F}{\partial y},$$

$$\cos(n, z) = H\frac{\partial F}{\partial z}$$

die Richtungskosinusse der Flächennormale.

Dieselbe Fläche sei in der Parameterdarstellung gegeben durch

$$x = f_1(\varrho_1, \varrho_2),\quad y = f_2(\varrho_1, \varrho_2),\quad z = f_3(\varrho_1, \varrho_2),$$

wobei aber ϱ_1 und ϱ_2 die Parameter der

Krümmungslinien bedeuten sollen, die demnach auf der Fläche ein Orthogonalsystem bilden, so daß das Linienelement dl auf der Fläche gegeben ist durch

$$dl^2 = H_1^2 d\varrho_1^2 + H_2^2 d\varrho_2^2$$

und das Flächenelement $d\sigma = H_1 H_2 d\varrho_1 d\varrho_2$, wenn

$$H_1^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \varrho_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varrho_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \varrho_1}\right)^2,$$
$$H_2^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \varrho_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varrho_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \varrho_2}\right)^2.$$

Die Tangentenrichtungen, die den Krümmungslinien l_1 und l_2 entprechen, sind dann gegeben durch

$$\cos(l_1, x) = \frac{1}{H_1}\frac{\partial x}{\partial \varrho_1}, \quad \cos(l_2, x) = \frac{1}{H_2}\frac{\partial x}{\partial \varrho_2} \text{ usw.}$$

Nun lasse man jedem Punkt $\varrho_1 \varrho_2$ der Fläche einen Punkt der Einheitskugel nach der Gaußschen sphärischen Zuordnung entsprechen, der also durch die sphärischen Koordinaten der Flächennormale in $\varrho_1 \varrho_2$ bestimmt ist. Es finden also zwischen den sphärischen Koordinaten ϑ, φ und den Koordinaten $\varrho_1 \varrho_2$ des Flächenpunktes die Beziehungen statt

$$H\frac{\partial F}{\partial x} = \sin\vartheta\cos\varphi, \quad H\frac{\partial F}{\partial y} = \sin\vartheta\sin\varphi,$$
$$H\frac{\partial F}{\partial z} = \cos\vartheta,$$

wo in den linken Seiten die rechtwinkligen Koordinaten durch ihre Parameterwerte ausgedrückt gedacht sind.

Ist die Fläche überall konvex, was hier weiter vorausgesetzt werden soll, so ist die Beziehung eine eindeutige. Substituiert man die daraus für ϑ und φ folgenden Funktionen von $\varrho_1 \varrho_2$ in die Kugelflächenfunktionen, so erhält man eine Reihe von Funktionen des Ortes auf der Fläche, die analoge Orthogonalitätseigenschaften besitzen wie jene.

Bedeutet $P_{n,m}(\mu)$ die zugeordnete Funktion in der Neumannschen Bezeichnungsweise und setzt man

$$\sqrt{\frac{2n+1}{2\pi}}\sqrt{\frac{(n-m)!}{(n+m)!}}\, P_{n,m}(\cos\vartheta)\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix} m\varphi = Q_{n,m}(\mu, \varphi), \text{ wo } \mu = \cos\vartheta,$$

so ist

$$\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{+1} Q_{n,m} Q_{n',m'}\, d\mu\, d\varphi = \begin{cases}1\\ 0\end{cases},$$

je nachdem die beiden Funktionen identisch sind oder nicht. Substituiert man für μ und φ die Funktionen in ϱ_1 und ϱ_2 und gehen dadurch die Funktionen $Q_{n,m}$ in $\Pi_{n,m}(\varrho_1, \varrho_2)$ über, so wird das Doppelintegral über in

$$\int_{(\varrho_1)}\int_{(\varrho_2)} \Pi_{n,m}\Pi_{n',m'} D\, d\varrho_1 d\varrho_2,$$

wo D die Funktionaldeterminante

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial \mu}{\partial \varrho_1} & \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho_1} \\ \frac{\partial \mu}{\partial \varrho_2} & \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho_2} \end{vmatrix}$$

ist.

Die Orthogonaleigenschaft dieser Funktionen $\Pi_{n,m}$ kann nun in die Form gebracht werden

$$\int_{(S)} \Pi_{n,m}\Pi_{n',m'}\frac{D}{H_1 H_2}\, d\sigma = \begin{cases}1\\ 0\end{cases},$$

wo die Integration über die ganze geschlossene Fläche S zu erstrecken ist.

Es kann nun gezeigt werden, daß bei der hier gezeigten Zuordnung der im Integral auftretende Orthogonalitätsfaktor

$$\frac{D}{H_1 H_2}$$

nichts andres ist, als das Gaußsche Krümmungsmaß. Es ist, wie man sofort verifizieren kann, auch

$$D = \frac{1}{\cos\vartheta}\begin{vmatrix} \frac{\partial\cos(nx)}{\partial\varrho_1} & \frac{\partial\cos(ny)}{\partial\varrho_1} \\ \frac{\partial\cos(nx)}{\partial\varrho_2} & \frac{\partial\cos(ny)}{\partial\varrho_2} \end{vmatrix}.$$

Aus der Flächentheorie ist aber bekannt, daß, wenn R_1 und R_2 die beiden Hauptkrümmungsradien sind und ϱ_1 und ϱ_2 die Parameter der Krümmungslinien

$$\frac{\partial\cos(nx)}{\partial\varrho_1} = -\frac{\frac{\partial x}{\partial\varrho_1}}{R_1},$$
$$\frac{\partial\cos(ny)}{\partial\varrho_1} = -\frac{\frac{\partial y}{\partial\varrho_1}}{R_1},$$
$$\frac{\partial\cos(nz)}{\partial\varrho_1} = -\frac{\frac{\partial z}{\partial\varrho_1}}{R_1},$$
$$\frac{\partial\cos(nx)}{\partial\varrho_2} = -\frac{\frac{\partial x}{\partial\varrho_2}}{R_2},$$
$$\frac{\partial\cos(ny)}{\partial\varrho_2} = -\frac{\frac{\partial y}{\partial\varrho_2}}{R_2},$$
$$\frac{\partial\cos(nz)}{\partial\varrho_2} = -\frac{\frac{\partial z}{\partial\varrho_2}}{R_2},$$

demnach

$$D = \frac{1}{R_1 R_2 \cos\vartheta} \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial \varrho_1} & \frac{\partial y}{\partial \varrho_1} \\ \frac{\partial x}{\partial \varrho_2} & \frac{\partial y}{\partial \varrho_2} \end{vmatrix} = \frac{H_1 H_2}{R_1 R_2 \cos\vartheta} \begin{vmatrix} \cos(l_1 x) & \cos(l_1 y) \\ \cos(l_2 x) & \cos(l_2 y) \end{vmatrix}, \quad \text{oder} = \frac{H_1 H_2 \cos(n z)}{R_1 R_2 \cos\vartheta},$$

$$\text{also} \quad \frac{D}{H_1 H_2} = \frac{1}{R_1 R_2} = K$$

das Gaußsche Krümmungsmaß.

Die Orthogonalitätseigenschaft der Funktionen $\Pi_{n,m}$ ist also gegeben durch

$$\int_{(S)} \Pi_{n,m} \Pi_{n',m'} K \, d\sigma = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}.$$

Analog dem Vorgange C. Neumanns für ebene Kurven („Entwicklung nach Elementarpotentialen", Verhandlungen der Kgl. sächs. Ges. d. Wissensch. zu Leipzig 1878, Math.-phys. Klasse, Bd. 30) sollen nun die Funktionen $K\Pi_{n,m}(\sigma)$ als Belegungen — „Elementarbelegungen" — der Fläche S betrachtet werden, deren Potentiale — „Elementarpotentiale" — im Innen- und Außenraum gegeben sind durch

$$Z_n(i) = \int_{(S)} \frac{K \Pi_n}{r_{i\sigma}} d\sigma \quad \text{und} \quad Z_n(a) = \int_{(S)} \frac{K \Pi_n}{r_{a\sigma}} d\sigma,$$

(Der einfacheren Schreibweise wegen sollen die einzelnen Funktionen Π durch einen einzigen Index charakterisiert werden.)

so daß nach den Orthogonalitätseigenschaften der Funktionen Π die Z_n die Koeffizienten der Entwicklung der reziproken Distanzen $r_{i\sigma}$ und $r_{a\sigma}$ nach den Flächenfunktionen Π_n sind,

$$\frac{1}{r_{i\sigma}} = \sum_n Z_n(i) \Pi_n(\sigma), \quad \frac{1}{r_{a\sigma}} = \sum_n Z_n(a) \Pi_n(\sigma).$$

Das Selbstpotential der Belegung $\Pi_n(\sigma) \cdot K$

$$Z_n(\sigma) = \int_{(S)} \frac{K(\sigma') \Pi_n(\sigma')}{r_{\sigma\sigma'}} d\sigma'$$

kann als stetige Funktion des Ortes auf der Oberfläche ebenfalls nach den Funktionen Π_n entwickelt werden. Es ist

$$Z_n(\sigma) = \sum_k C_{n,k} \Pi_k(\sigma),$$

wo

$$C_{n,k} = \int_{(S)} Z_n(\sigma) K(\sigma) \Pi_k(\sigma) \, d\sigma.$$

Da demgemäß

$$C_{n,k} = \int_{(S)} \int \frac{1}{r_{\sigma\sigma'}} \Pi_n(\sigma') \Pi_n(\sigma) K(\sigma') K(\sigma) \, d\sigma' \, d\sigma,$$

so ist

$$C_{n,k} = C_{k,n}.$$

Man sieht unmittelbar aus der Beziehung der beiden Funktionsreihen $\Pi(\sigma)$ und $Z(\sigma)$, daß irgendeiner Belegung

$$\varepsilon(\sigma) = K(\sigma) \sum_n c_n \Pi_n(\sigma)$$

das Selbstpotential

$$P(\sigma) = \sum_n c_n Z_n(\sigma)$$

entspricht.

Führt man nun eine dritte Reihe von Flächenfunktionen $X_n(\sigma)$ ein durch die Definition, daß die Orthogonalfunktionen $\Pi_n(\sigma)$ die Selbstpotentiale der Belegung $K(\sigma) X_n(\sigma)$ sein sollen, daß also

$$\Pi_n(\sigma) = \int_{(S)} \frac{K(\sigma') X_n(\sigma')}{r_{\sigma\sigma'}} d\sigma',$$

so wird man auch diese wieder nach den Π_n-Funktionen entwickeln können und hat

$$X_n(\sigma) = \sum_k A_{n,k} \Pi_k(\sigma),$$

wo

$$A_{n,k} = \int_{(S)} X_n(\sigma) \cdot K(\sigma) \Pi_k(\sigma) \, d\sigma$$

oder

$$A_{n,k} = \int_{(S)} \int \frac{1}{r_{\sigma\sigma'}} X_k(\sigma') X_n(\sigma) K(\sigma') K(\sigma) \, d\sigma' \, d\sigma,$$

demnach wieder $A_{n,k} = A_{k,n}$.

Es läßt sich sofort einsehen, daß die beiden Funktionsreihen $X_n(\sigma)$ und $Z_n(\sigma)$ im Biorthogonalsystem bilden. Da

$$\int_{(S)} \Pi_n(\sigma) \Pi_{n'}(\sigma) K(\sigma) \, d\sigma =$$

$$= \int_{(S)} \Pi_n(\sigma) \cdot \sum_k A_{n',k} Z_k(\sigma) \cdot K \, d\sigma =$$

$$= \sum_k A_{n',k} \int_{(S)} \Pi_n(\sigma) Z_k(\sigma) K \, d\sigma = \sum_k A_{n',k} C_{n,k}$$

ist, so ist unmittelbar ersichtlich, daß zwischen den beiden Koeffizientenreihen der A und C die Beziehungen bestehen

$$\sum_k A_{n',k} C_{n,k} = \begin{cases} 1 & n' = n, \\ 0 & n' \neq n. \end{cases}$$

Nun ist

$$\int_{(S)} Z_n(\sigma) X_{n'}(\sigma) K \, d\sigma =$$

$$= \int_{(S)} \left(\sum_k C_{n,k} \Pi_k(\sigma)\right) \left(\sum_{k'} A_{n',k'} \Pi_{k'}(\sigma)\right) K \, d\sigma$$

wegen der Orthogonalität der Π-Funktionen

$$= \Sigma_k C_{n,k} A_{n',k}.$$

Es ist daher

$$\int_{(S)} Z_n(\sigma) X_{n'}(\sigma) K \, d\sigma = \begin{cases} 1 & n' = n, \\ 0 & n' \neq n. \end{cases}$$

Die beiden Funktionsreihen bilden also ein Biorthogonalsystem mit demselben Orthogonalitätsfaktor K der Π-Funktionen.

Die Probleme der Elektrostatik.

Die hier eingeführten, einer bestimmten Flächenart zugehörigen Funktionsreihen und Konstanten geben nun die Möglichkeit, gewisse Fundamentalprobleme der Elektrostatik wenigstens formal lösen zu können.

So läßt sich die Frage nach der Verteilung einer elektrischen Masse auf der Oberfläche eines isolierten Leiters, auf den keine sonstigen elektrischen Massen wirken, unmittelbar erledigen. Man hat dafür jene Flächenbelegung zu ermitteln, die auf der Oberfläche ein konstantes Potential ergibt. Sei diese Belegung $\nu(\sigma)$ in der oben angegebenen Reihenentwicklung

$$\nu(\sigma) = K(\sigma) \Sigma_n c_n \Pi_n(\sigma),$$

so entspricht dieser das Selbstpotential

$$P(\sigma) = \Sigma_n c_n Z_n(\sigma).$$

Wegen der Biorthogonalität der Reihen X und Z ist

$$c_n = \int_{(S)} P(\sigma) X_n(\sigma) K \cdot d\sigma.$$

Soll nun $P(\sigma)$ auf der Oberfläche konstant, gleich N, sein, so ist

$$c_n = N \int_{(S)} X_n(\sigma) \cdot K \cdot d\sigma,$$

womit das Problem gelöst erscheint. Die gesuchte Massenverteilung ist also

$$\nu(\sigma) = N K(\sigma) \Sigma_n \Pi_n(\sigma) \int_{(S)} X_n(\sigma) K(\sigma) \, d\sigma.$$

Von wesentlicher Bedeutung ist der Umstand, daß — wie auch zu erwarten war — das Krümmungsmaß als Proportionalfaktor auftritt.

Die hier auftretenden Koeffizienten c_n stehen übrigens mit der Reihe der früher benutzten Konstanten in einer sehr einfachen Beziehung. Da $\Pi_0(\sigma)$ nach der Definition dieser Funktionen eine Konstante ist, so ist auch

$$c_n = \frac{N}{\Pi_0} \int_{(S)} X_n(\sigma) \Pi_0(\sigma) K \, d\sigma = \frac{N}{\Pi_0} A_{n,0},$$

der gesuchte Gleichgewichtszustand demnach gegeben durch die Dichte

$$\nu(\sigma) = \frac{N}{\Pi_0} K(\sigma) \Sigma_n A_{n,0} \Pi_n(\sigma).$$

Häufig wird als „natürliche" Belegung einer Fläche diese Gleichgewichtsverteilung aber für die Gesamtmasse Eins bezeichnet. Dann tritt noch die Bedingung dazu

$$1 = \int_{(S)} \nu(\sigma) \, d\sigma = \frac{N}{\Pi_0} \Sigma_n A_{n,0} \int_{(S)} \Pi_n(\sigma) K \, d\sigma =$$

$$= \frac{N}{\Pi_0^2} \Sigma_n A_{n,0} \int_{(S)} \Pi_0(\sigma) \Pi_n(\sigma) K \, d\sigma = \frac{N}{\Pi_0^2} A_{0,0},$$

daher

$$N = \frac{\Pi_0^2}{A_{0,0}} \quad \text{und} \quad c_n = \frac{\Pi_0}{A_{0,0}} A_{n,0}.$$

N und die c_n sind also ganz bestimmte für eine vorgelegte Fläche charakteristische Konstante.

Die Verteilung

$$\nu(\sigma) = \frac{\Pi_0}{A_{0,0}} K(\sigma) \Sigma_n A_{n,0} \Pi_n(\sigma)$$

der Masse Eins auf der Fläche S gibt also auf dieser und im ganzen Innenraum das konstante Potential

$$\frac{\Pi_0^2}{A_{0,0}}.$$

Führt man nun noch für Punkte a des Außenraumes die Reihe der Elementarpotentiale

$$Z_n(a) = \int_{(S)} \frac{\Pi_n(\sigma) K}{r_{a\sigma}} \, d\sigma$$

ein, so ist das Potential dieser natürlichen Belegung in einem Punkt a des Außenraumes

$$P(a) = \frac{\Pi_0}{A_{0,0}} \Sigma_n A_{n,0} Z_n(a).$$

Die Probleme, die sich auf die Verteilung der Elektrizitätsmenge auf influenzierten Leitern beziehen, lassen sich mit Hilfe der sogenannten Greenschen Belegung lösen.

Unter der Greenschen Belegung für einen Außenpol α versteht man jene Belegung, die im Innenraum von S und auf S dasselbe Potential ergibt wie die Masse — 1 im Außenpunkt α.

Das Potential dieser Belegung im Außenraum bezeichnet C. Neumann als Greensche Funktion für den Außenraum. Analog wird die Greensche Belegung und Funktion für einen Pol im Innenraum definiert.

Führt man jene Potentialfunktionen $\Pi_n(i)$, bzw. $\Pi_n(a)$ des Innen-, bzw. Außenraumes ein,

die auf S die Werte $\Pi_n(\sigma)$ annehmen, die also definiert sind durch

$$\Pi_n(i) = \int_{(S)} \frac{X_n(\sigma)\cdot K}{r_{i\sigma}}\, d\sigma$$

und $$\Pi_n(a) = \int_{(S)} \frac{X_n(\sigma)\cdot K}{r_{a\sigma}}\, d\sigma,$$

so sind das offenbar die Entwicklungskoeffizienten von $\frac{1}{r_{i\sigma}}$, bzw. $\frac{1}{r_{a\sigma}}$ nach den Flächenfunktionen $Z_n(\sigma)$, denn vermöge der Biorthogonalität der Reihen $X_n(\sigma)$ und $Z_n(\sigma)$ ist

$$\frac{1}{r_{i\sigma}} = \sum_n \Pi_n(i)\, Z_n(\sigma) \quad \text{und} \quad \frac{1}{r_{a\sigma}} = \sum_n \Pi_n(a)\, Z_n(\sigma).$$

Die Greensche Belegung für einen Außenpol a soll für Punkte i des Innenraumes das Potential $\frac{1}{r_{ai}}$ geben. Nach den charakteristischen Eigenschaften der Potentialfunktionen wird das jene Belegung sein, die auf der Oberfläche die Potentialwerte $\frac{1}{r_{a\sigma}}$ gibt.

Nach dem Früheren ist aber die Belegung, deren Selbstpotential

$$\frac{1}{r_{a\sigma}} = \sum_n \Pi_n(a)\, Z_n(\sigma)$$

ist, gegeben durch

$$\gamma_a(\sigma) = K(\sigma) \sum_n \Pi_n(a)\, \Pi_n(\sigma).$$

Diese Greensche Belegung, die also für den Innenraum die Potentialwerte $\frac{1}{r_{ai}}$ gibt, hat für Punkte a des Außenraums das Potential

$$G_a(a) = \int_{(S)} \frac{\gamma_a(\sigma)\, d\sigma}{r_{a\sigma}} = \sum_n \Pi_n(a) \int_{(S)} \frac{\Pi_n(\varrho) K}{r_{a\sigma}}\, d\sigma,$$

daher

$$G_a(a) = \sum_n \Pi_n(a)\, Z_n(a),$$

und diese Potentialfunktion ist nach der Neumannschen Bezeichnungsweise die Greensche Funktion für den Außenraum.

(Riemann u. a. nennen

$$G_a(a) - \frac{1}{r_{aa}}$$

„Greensche Funktion", also eine harmonische Funktion mit dem Randwert Null und einer Unstetigkeitsstelle a, eine Funktion, die von C. Neumann als „charakteristische Funktion" bezeichnet wird.)

Es folgt unmittelbar, daß auch

$$G_a(a) = \sum_n \sum_{n'} C_{n,n'}\, \Pi_n(a)\, \Pi_{n'}(a) = \sum_n \sum_{n'} A_{n,n'}\, Z_{n'}(a)\, Z_n(a),$$

woraus die Vertauschbarkeit der beiden Argumente ersichtlich ist.

Die Greensche Belegung für einen Pol j des Innenraumes und die entsprechende Greensche Funktion für diesen Raum ist auf dieselbe Weise

$$\gamma_j(\sigma) = K(\sigma) \sum_n \Pi_n(j)\, \Pi_n(\sigma),$$

$$G_j(i) = \sum_n \Pi_n(j) Z_n(i) = \sum_n \sum_{n'} C_{n,n'} \Pi_n(j) \Pi_{n'}(i) = \sum_n \sum_{n'} A_{n,n'} Z_{n'}(j) Z_n(i).$$

Bekanntlich ist die Greensche Belegung $\gamma_a(\sigma)$ nichts anderes als die Dichte jenes Belages, der durch die im Punkt a befindliche Masse — 1 im geerdeten Leiter S influenziert wird.

Das Gesamtpotential im Innenraum

$$\int_{(S)} \frac{\gamma_a(\sigma)\, d\sigma}{r_{i\sigma}} - \frac{1}{r_{ia}}$$

ist nach der Definition von $\gamma_a(\sigma)$ tatsächlich Null. Analoges gilt für $\gamma_j(\sigma)$.

Eine etwas allgemeinere Fassung des Grundproblems der Elektrostatik für isolierte Leiter ergibt sich bekanntlich aus folgender Überlegung.

Die Wirkung der Masse Eins im Punkte a des Außenraumes von S kann ersetzt werden durch die Belegung γ_a auf S. Die Gesamtmasse m_a dieser Belegung ist

$$m_a = \int_{(S)} \gamma_a(\sigma)\, d\sigma = \sum_n \Pi_n(a) \int_{(S)} \Pi_n(\sigma) K\, d\sigma = \Pi_0(a),$$

woraus die physikalische Bedeutung der Funktion $\Pi_0(a)$ erhellt. Die Belegung

$$\varepsilon(\sigma) = \frac{\mu}{\Pi_0(a)}\, \gamma_a(\sigma) + (m - \mu)\, \nu(\sigma),$$

wo $\nu(\sigma)$ die „natürliche" Belegung ist, ergibt eine Gesamtmasse

$$\frac{\mu}{\Pi_0(a)}\, m_a + m - \mu = m$$

und im Potential auf die Punkte i des Innenraumes

$$\frac{\mu}{r_{ai}} + (m - \mu) N.$$

$\varepsilon(\sigma)$ gibt also eine derartige Verteilung der Masse m auf S, daß ihr Potential im Innenraum bis auf eine additive Konstante dasselbe ist, wie das der Masse μ in a.

Es wird somit $\varepsilon(\sigma)$ die Dichte jener Belegung sein, die durch die Masse $-\mu$ in a auf dem isolierten und mit der Masse m geladenen Konduktor S influenziert wird.

Es ist insbesonders die Influenzierung eines neutralen Leiters S durch die Masse $-\mu$ in einem äußeren Punkte a gegeben durch

$$\varepsilon_0(\sigma) = \frac{\mu}{\Pi_0(a)}\, \gamma_a(\sigma) - \mu\, \nu(\sigma).$$

Das Potential der Belegung $\varepsilon(\sigma)$ im Außenraum ist dann

$$\frac{\mu}{\Pi_0(a)}\, G_a(a) + (m - \mu) P(a),$$

wo $P(a)$ das Potential der natürlichen Belegung im Außenraum ist.

Wie man sieht, hängt die Lösung derartiger elektrostatischer Probleme von der Einführung gewisser Funktionsreihen ab, die der Art der Begrenzungsfläche des Leiters spezifisch angehören. Die Funktionen $\Pi_n(\varrho_1, \varrho_2)$ lassen sich immer herstellen: es handelt sich nur um die Ermittlung der Potentialfunktionen $\Pi_n(p)$ und $Z_n(p)$ für den Innen- und Außenraum.

Sieht man von der ermittelten Abhängigkeit der charakteristischen Größen von der Krümmung der Fläche ab, so hätten diese Entwicklungen nur rein formalen Wert, wenn es nicht für gewisse Flächenfamilien möglich wäre, diese räumlichen harmonischen Funktionen wirklich herzustellen. Dies hängt also mit der Möglichkeit zusammen, Funktionen eines Parameters von $F(x, y, z)$ und der zugehörigen Parameter ϱ_1 und ϱ_2 anzugeben, die der transformierten Laplaceschen Gleichung $\Delta(v) = 0$ in diesen Parametern genügen. Für die Kugel und das Ellipsoid lassen sich bekanntlich solche Funktionen angeben: die räumlichen Kugelfunktionen und die sogenannten Laméschen Produkte. Es gibt nun noch andere Flächengattungen, wie etwa die Dupinschen Zykliden, die ähnliche Lösungsformen zulassen.

Mit diesem Hinweis auf die analytische Durchführbarkeit der gegebenen Entwicklungen soll der beabsichtigte Zweck dieser Mitteilung als erreicht betrachtet werden.

(Eingegangen 15. September 1923.)

Reizschwellenwert, Irradiation und Abbildungsfehler des menschlichen Auges.

Von Georg Jaeckel.

Georg Gehlhoff und H. Schering[1]) haben kürzlich durch eine sorgfältige Untersuchung festgestellt, daß der Reizschwellenwert des menschlichen Auges, d. h. die geringste Flächenhelligkeit des Netzhautbildes, die uns einen Gegenstand wahrnehmbar werden läßt, abhängig ist von der Winkelgröße des leuchtenden Objektes. Dieselbe Frage ist verschiedentlich behandelt worden, von Piper, Loeser, Henius, Fujita (vgl. darüber die auszugsweise Zusammenstellung in Helmholtz' Physiologischer Optik[2])).

Gehlhoff und Schering fanden, daß der Reizschwellenwert für die Zäpfchen der Fovea centralis, wenn man von Objekten von 17,5″ auf Objekte von 60′ Winkelgröße übergeht, auf ungefähr den .2000. Teil abnimmt, und zogen aus ihren Messungen wichtige praktische Schlüsse: z. B., daß die Sichtbarkeit von Lichtsignalen nicht nur von der Flächenhelligkeit, sondern auch von der Größe des Lichtsignals abhängig ist. In einer späteren Arbeit erklärte Gehlhoff[1]) auf Grund dieser Meßreihen die bekannte Tatsache, daß man mit einem Nachtglas im Gelände nachts lichtschwache kleine Objekte wahrnehmen kann, die man mit unbewaffnetem Auge nicht sieht.

Während die erwähnten Arbeiten sich alle mit der Tatsache abfinden, daß der Reizschwellenwert eine Funktion der Winkelgröße ist, und nur diese Beziehung tabellarisch feststellen, setzt sich die folgende Arbeit zur Aufgabe, diese vom physiologischen Standpunkt verwunderliche Tatsache durch die Abbildungsfehler des menschlichen Auges zu erklären. Dabei ergibt sich auch eine einfache Erklärung der Irradiation.

Den Ausgangspunkt der Arbeit bildet die folgende Überlegung:

1. Physiologisch wahrscheinlicher als die Abhängigkeit des Reizschwellenwertes von der Winkelgröße ist, daß die Wahrnehmbarkeit eines Gegenstandes dann beginnt, wenn auf ein Zäpfchen eine ganz bestimmte Mindestlichtmenge fällt; dementsprechend müßte der Reizschwellenwert bei einer ganz bestimmten Flächenhelligkeit auf der Netzhaut erreicht werden und unabhängig von der Winkelgröße des leuchtenden Objektes sein.

2. Daß die erwähnten Autoren ein anderes Versuchsergebnis erhalten, liegt daran, daß sie die Flächenhelligkeit auf der Netzhaut stets für den Fall der idealen, scharfen Abbildung der Lichtquelle berechnen, während sie in Wahrheit infolge der Abbildungsfehler viel geringer ist, zumal bei Objekten kleiner Winkelgröße.

3. Bei der Feststellung des Reizschwellenwertes ist das Auge auf Dunkelheit adaptiert, der Pupille also maximal geöffnet, bis auf 9 mm Durchmesser. Hierbei müssen die sphärischen, chromatischen und astigmatischen Fehler des Auges ganz besonders hervortreten. Ein Lichtpunkt muß sich als Scheibchen abbilden, dessen Helligkeit nach dem Rande irgendwie abfällt. Bei einem ausgedehnten, gleichmäßig hellen Objekt überlagern sich auf der Netzhaut die unscharfen Abbildungen der einzelnen Objektpunkte derart, daß die Mitte des Bildes am

1) G. Gehlhoff und H. Schering, Zeitschr. f. Beleuchtungswesen **25**, 17, 1919.

2) Helmholtz, Physiolog. Optik, 3. Aufl., Bd. 2, S. 284 (Zusätze von Nagel).

1) G. Gehlhoff, Zeitschr. f. technische Physik **2**, 245, 1921.

hellsten ist. Deswegen wächst bei gleichbleibender Flächenhelligkeit des Objektes die Flächenhelligkeit des Bildes auf der Netzhautmitte mit der Winkelgröße des Objektes. Nimmt man an, daß sie bei einem Objekt von 60′ Schwinkel 2000 mal so groß ist als bei 17.5″ Schwinkel, so folgt, daß das große Objekt in der Netzhautmitte dieselbe Flächenhelligkeit hervorruft wie ein 17,5″ großes Objekt von 2000 mal größerer Flächenhelligkeit. Um wahrnehmbar zu werden, muß das kleine Objekt also die 2000 fache Flächenhelligkeit haben als das große. Bedenkt man den Einfluß der Abbildungsfehler nicht, und berechnet die Netzhautflächenhelligkeiten für ideale Abbildung, so wird in diesem Falle vorgetäuscht, daß der so errechnete „scheinbare Reizschwellenwert" bei 17,5″ Sehwinkel 2000 mal größer ist als bei 60′ Sehwinkel. Trägt man jedoch den Abbildungsfehlern Rechnung, so läßt sich die von Gehlhoff und Schering festgestellte Abhängigkeit des Reizschwellenwertes vom Sehwinkel vollkommen erklären, und man erhält als „wahren Reizschwellenwert" eine Konstante nämlich den Betrag, dem der „scheinbare Reizschwellenwert" für große Sehwinkel zustrebt.

4. Ohne nun im einzelnen auf die sehr komplizierten Abbildungsfehler des menschlichen Auges einzugehen, wollen wir aus der Art der Abnahme des „scheinbaren Reizschwellenwertes" bei Vergrößerung des Sehwinkels zu erkennen suchen, wie die Flächenhelligkeit bei der unscharfen Abbildung eines Objektpunktes nach dem Rande zu abfällt. Dadurch läßt sich die Gesamtwirkung der Linsenfehler am zweckmäßigsten und einfachsten angeben. Anderseits gibt der so ermittelte Helligkeitsverlauf auch einen Prüfstein für die hier entwickelte Deutung der von Gehlhoff und Schering angegebenen Messungen. Denn die hier aufgestellte Hypothese ist nur haltbar, wenn der errechnete Helligkeitsverlauf bei der Abbildung eines punktförmigen Objektes ein scharfes Maximum in der Mitte des Bildes zeigt, wie man es nach der richtigen Wahrnehmung punktförmiger Lichtquellen zu erwarten hat.

Der radiale Helligkeitsverlauf in der unscharfen Abbildung einer punktförmigen Lichtquelle ergibt sich aus den Gehlhoffschen Zahlen durch die folgende einfache Überlegung:

Seien A und B zwei gleich große und gleich helle Objektelemente, die sich bei scharfer Abbildung in 2 gleich großen Bildelementen, A' und B' der Fovea centralis, des Netzhautzentrums abbilden. Dann kann man bei unscharfer Abbildung — wie sie trotz bester Einstellung infolge der Linsenfehler vorhanden ist — annehmen, daß von dem von A ausgesandten Licht infolge aller Abbildungsfehler ebensoviel nach B' zerstreut wird als von B nach A' gelangt. Ist das leuchtende Element A von einem Kranz von n leuchtenden Elementen B derselben Flächenhelligkeit umgeben (Fig. 1), so wird von A durch Abbildungsfehler ebensoviel nach der Abbildung dieses Kranzes gelangen, wie von diesem Kranz nach A'.

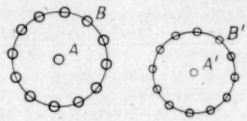


Fig. 1.

Hat man als Objekt also eine Kreisscheibe vom Radius r, und der allerseits gleich großen Flächenhelligkeit h mit dem Mittelpunkt A, als Bild bei scharfer Abbildung eine Kreisscheibe mit dem Radius r' und dem Mittelpunkt A' (Fig. 2), und vergrößert man die

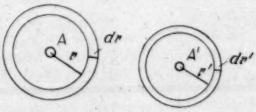


Fig. 2.

erste Scheibe um einen Ring der Breite dr, die Abbildung entsprechend um einen Ring der Breite dr', so gilt analog, daß bei unscharfer Abbildung von diesem Ring $2\pi r \cdot dr$ ebensoviel nach A' gestreut wird als von A nach dem Abbild $2\pi r \cdot dr'$ gestreut wird. Jeder neu hinzukommende Ring schafft also Ersatz für einen Teil des abgestreuten Lichtes, und zwar gerade für soviel als nach seiner Abbildung gelangt.

Je größer also die Kreisscheibe des Objektes wird, desto größer wird die Flächenhelligkeit in A', die asymptotisch dem Wert zustrebt, den sie bei scharfer Abbildung haben müßte, und der theoretisch für $r = \infty$, praktisch aber schon früher erreicht wird. Bezeichnet man daher mit

H_r = wahre Flächenhelligkeit in der Mitte des Bildes bei fehlerhafter Abbildung,

H_∞ = Flächenhelligkeit in der Mitte des Bildes bei scharfer Abbildung derselben Kreisscheibe,

so ist H_r selbstverständlich stets geringer als H_∞ und eine Funktion von r.

Die bisher benutzte Wechselbeziehung zwischen den einzelnen Bezirken der Abbildung gilt selbstverständlich nur streng für kleine Bildwinkel von wenigen Graden, was praktisch auch genügt.

Man kann nun H_r aus den Elementarvorgängen der Abbildung der einzelnen Objektpunkte wie folgt berechnen: Das Zentrum des Objektes, das Element F mag sich infolge der Abbildungsfehler abbilden als Element F' mit einer Aureole von nach dem Rande zu abnehmender Flächenhelligkeit $h_{r'}$. Wie oben gezeigt, wird bei dem Objektradius r von der abgestreuten Lichtmenge soviel ersetzt, als innerhalb des Kreises mit dem Radius r' bleibt; daher ist die auf F' entfallende Lichtmenge:

$$H_r \cdot F' = \int_0^{r'} h_{r'} \cdot 2\pi r' \cdot dr',$$

und bei Objektradien r_1 bzw. r_2:

$$H_{r_1} = \frac{1}{F'} \cdot \int_0^{r_1'} h_{r'} \cdot 2\pi r' \cdot dr' \qquad (1)$$

$$H_{r_2} = \frac{1}{F'} \cdot \int_0^{r_2'} h_{r'} \cdot 2\pi r' \cdot dr', \qquad (2)$$

während bei scharfer Abbildung sein müßte:

$$H = H_\infty = \frac{1}{F'} \cdot \int_0^{\infty} h_{r'} \cdot 2\pi r' \cdot dr'. \qquad (3)$$

Bei einem Objektradius r_1 hat man also von der bei idealer Abbildung erwarteten Netzhautflächenhelligkeit $H = H_\infty$ infolge der optischen Fehler des Auges nur den Bruchteil

$$a_{r_1} = \frac{H_{r_1}}{H} \qquad (4)$$

der erst für $r_1 = \infty$ gleich 1 wird. Und mit diesem Bruch sind auch alle Gehlhoffschen Werte (Tabelle I) für den Reizschwellenwert zu multiplizieren, wenn man den unbedingt vorhandenen Abbildungsfehlern Rechnung tragen will.

Die von Gehlhoff und Schering angegebenen Reizschwellenwerte werden darum künftighin als „scheinbare Reizschwellenwerte R_1, R_2, . . ." bezeichnet zum Unterschied von dem wahren Reizschwellenwert R. Zwischen ihnen besteht die Beziehung:

$$R = a_1 \cdot R_1 = \frac{H_{r_1}}{H_\infty} \cdot R_1, \qquad (5)$$

$$R = R_\infty. \qquad (6)$$

Die Gehlhoffschen Werte nähern sich diesem Wert asymptotisch, wie aus der Tabelle I ersichtlich:

Tabelle I.

Reizschwellenwert der Zäpfchen der Netzhaut.

Sehwinkel	Flächenhelligkeit des Netzhautbildes in HK/mm²
17,5″	$3{,}23 \cdot 10^{-2}$
30″	$2{,}74 \cdot 10^{-3}$
52,5″	$1{,}49 \cdot 10^{-3}$
62″	$1{,}42 \cdot 10^{-3}$
1′ 42″	$1{,}21 \cdot 10^{-3}$
2′ 30″	$6{,}61 \cdot 10^{-4}$
3′	$4{,}99 \cdot 10^{-4}$
3′ 30″	$3{,}95 \cdot 10^{-4}$
5′	$2{,}20 \cdot 10^{-4}$
10′	$6{,}50 \cdot 10^{-5}$
20′	$3{,}86 \cdot 10^{-5}$
30′	$2{,}82 \cdot 10^{-5}$
40′	$1{,}98 \cdot 10^{-5}$
60′	$1{,}44 \cdot 10^{-5}$

Aus dieser Tabelle der „scheinbaren Reizschwellenwerte" läßt sich nun die Abhängigkeit von $h_{r'}$ von r' und vom Sehwinkel gewinnen auf Grund der abgeleiteten Formeln. Es ist nach (5):

$$H_{r_1} = \frac{R \cdot H_\infty}{R_1}; \quad H_{r_2} = \frac{R \cdot H_\infty}{R_2};$$

also nach (1) und (2):

$$H_{r_2} - H_{r_1} = \frac{1}{F'} \cdot \int_{r_1'}^{r_2'} h_{r'} \cdot 2\pi r' \cdot dr'$$

$$= H_\infty \cdot R \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right).$$

Ist der Unterschied zwischen r_1 und r_2 nicht groß, so daß man $h_{r'}$ in diesem Intervall als konstant annehmen kann $= h_{r_2 r_1}$, so folgt:

$$h_{r_2 r_1} = \frac{R \cdot H_\infty \cdot F'}{\pi \cdot (r_2'^2 - r_1'^2)} \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{a}{r_2'^2 - r_1'^2} \cdot \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right), \qquad (7)$$

wo:

$$a = \frac{R \cdot H_\infty \cdot F'}{\pi} = \text{const (nach (3))}.$$

$H_\infty \cdot F'$ ist die gesamte Lichtmenge, die zur Abbildung gelangt, R ist der Grenzwert, dem der Gehlhoffsche „scheinbare Reizschwellenwert" für große Sehwinkel zustrebt.

An Stelle von r' kann man nun noch den zugehörigen Bildwinkel β' einführen, und für diesen wieder den entsprechenden Sehwinkel β; nach Zusammenfassung aller Konstanten ergibt sich dann:

$$h_{\beta_2 \beta_1} = \frac{c}{\beta_2^2 - \beta_1^2} \cdot \left(\frac{1}{R_2} \cdot \frac{1}{R_1}\right). \qquad (8)$$

Diese Formel enthält außer der Konstanten c nur die Sehwinkel β_2 und β_1 und die für sie

von Gehlhoff und Schering ermittelten zugehörigen Reizschwellenwerte R_2 und R_1. Mit dieser Formel läßt sich aus den Gehlhoffschen Messungen — wofern die entwickelte Erklärung richtig ist — die Intensitätsverteilung in dem Zerstreuungskreis berechnen, der infolge der Abbildungsfehler auch bei bester Einstellung auf einen Lichtpunkt entsteht.

Hierbei ist jedoch zu beachten, daß sowohl die Werte für 17,5″ als auch die Werte für 40′ und 60′ Sehwinkel nicht verwandt werden dürfen: die letzten, weil bei diesem Sehwinkel schon die viel empfindlicheren Stäbchen der Netzhaut bei der Abbildung mitwirken, da die nur Zäpfchen enthaltende Mitte der Netzhaut nur einem Sehwinkel von 30′ entspricht. — Der abnorm hohe Wert für den Reizschwellenwert bei 17,5″ muß ausgeschieden werden, weil bei diesem Sehwinkel bei scharfer Abbildung nicht das ganze Zäpfchen, sondern nur etwa der vierte Teil desselben von Licht erfüllt wird (die anatomisch gemessene Zapfengröße von 2—2,5 μ entspricht etwa 30″ Sehwinkel); da das ganze Zäpfchen nur auf einen Nervenstrang wirkt, so muß zur Erreichung der Wahrnehmbarkeit die Flächenhelligkeit in diesem Bruchteil des Zäpfchens etwa 4mal so groß sein, als wenn das Zäpfchen ganz mit Licht erfüllt ist. — Diese Extremwerte sind also wegen ihrer Unsicherheit in der Tabelle II fortgelassen; dafür aber kann man hinzunehmen, daß für $\beta = 0$ der scheinbare Reizschwellenwert $R_0 = \infty$ sein muß. Die übrigen Werte sind durch graphische Interpolation aus den Gehlhoffschen Werten erhalten (Tabelle II).

Tabelle II.

β	β^2	$\Delta\beta^2$	R	$\frac{1}{R}$	$\Delta\frac{1}{R}$	$h_\beta = \frac{\Delta\frac{1}{R}}{\Delta\beta^2}$
0	0		∞	0		
30″	0,25	0,25	$2{,}74 \times 10^{-3}$	365	365	1460
60″	1	0,75	$1{,}41 \times 10^{-3}$	710	345	460
1′30″	2,25	1,25	$1{,}10 \times 10^{-3}$	909	199	159
2′	4	1,75	$8{,}8 \times 10^{-4}$	1164	255	146
2′30″	6,25	2,25	$6{,}61 \times 10^{-4}$	1511	347	154
3′	9	2,75	$4{,}99 \times 10^{-4}$	2004	493	179
3′30″	12,25	3,25	$3{,}95 \times 10^{-4}$	2530	526	162
4′	16	3,75	$3{,}20 \times 10^{-4}$	3125	595	158
4′30″	20,25	4,25	$2{,}65 \times 10^{-4}$	3770	645	152
5′	25	4,75	$2{,}2 \times 10^{-4}$	4550	780	164
6′	36	11	$1{,}62 \times 10^{-4}$	6180	1630	148
7′	49	13	$1{,}22 \times 10^{-4}$	8200	2020	155
8′	64	15	$9{,}5 \times 10^{-5}$	10540	2340	156
9′	81	17	$7{,}65 \times 10^{-5}$	13080	2540	149
10′	100	19	$6{,}5 \times 10^{-5}$	15400	2320	122
11′	121	21	$5{,}80 \times 10^{-5}$	17250	1850	188
12′	144	23	$5{,}35 \times 10^{-5}$	18700	1450	63
13′	169	25	$5{,}01 \times 10^{-5}$	19960	1260	50
14′	196	27	$4{,}77 \times 10^{-5}$	21000	1040	38,5
15′	225	29	$4{,}57 \times 10^{-5}$	21900	900	31,3
16′	256	31	$4{,}40 \times 10^{-5}$	22740	840	27,1
17′	289	33	$4{,}25 \times 10^{-5}$	23560	820	24,9
18′	324	35	$4{,}11 \times 10^{-5}$	24370	810	23,1
19′	361	37	$3{,}38 \times 10^{-5}$	25150	780	21,0
20′	400	39	$3{,}86 \times 10^{-5}$	25900	750	19,2
22′	484	84	$3{,}63 \times 10^{-5}$	27500	1600	19,0
24′	576	92	$3{,}40 \times 10^{-5}$	29400	1900	20,7
26′	676	100	$3{,}19 \times 10^{-5}$	31400	2000	20,0
28′	784	108	$3{,}0 \times 10^{-5}$	33360	1930	18,9
30′	900	116	$2{,}82 \times 10^{-5}$	35500	2170	18,7

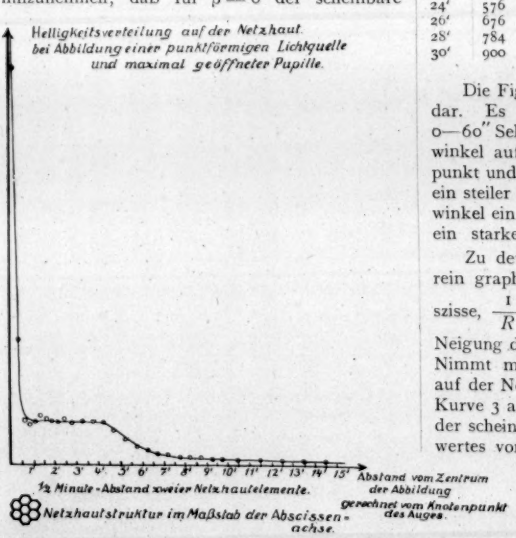


Fig. 3.

Die Fig. 3 stellt das Ergebnis der Rechnung dar. Es ergibt sich im ersten Bereich von 0—60″ Sehwinkel — entsprechend 0—30″ Streuwinkel auf der Netzhaut gerechnet vom Knotenpunkt und der Achse der Augenlinse — zunächst ein steiler Intensitätsabfall, dann bis zu 4′ Streuwinkel ein geringerer Abfall und darauf wieder ein starker Abfall der abgestreuten Intensität.

Zu dem gleichen Ergebnis kann man auch rein graphisch gelangen, wenn man β^2 als Abszisse, $\frac{1}{R}$ als Ordinate aufträgt; dann zeigt die Neigung dieser Kurve an, wie sich h_β verändert. Nimmt man bei Abbildung eines Lichtpunktes auf der Netzhaut eine Helligkeitsverteilung nach Kurve 3 an, so hat man eine einfache Erklärung der scheinbaren Abhängigkeit des Reizschwellenwertes von der Winkelgröße des Objektes.

Das steile Maximum der Streukurve bei $\beta = 0$ läßt schließen, daß wir ein lichtschwaches punktförmiges Objekt zunächst punktförmig mit dem zentral getroffenen Zäpfchen der

Fovea centralis sehen werden, da die auf das benachbarte Zäpfchen abgestreute Lichtmenge zu gering ist, um es zu erregen. Wird die Helligkeit der Lichtquelle aber größer, so werden auch benachbarte Zäpfchen gereizt, sobald deren Reizschwellenwert überschritten wird. Wir haben damit eine Erklärung der Irradiation, wie sie Helmholtz der anderen Erklärung, einer Übertragung des Reizes von Nerv zu Nerv bei starken Eindrücken vorzieht. — Jeder Laie wird Fixsterne, die heller sind, als „größer" bezeichnen, und er ist erstaunt, daß Fixsterne im Fernrohr bei stärkster Vergrößerung kleiner aussehen, als beim Betrachten mit unbewaffnetem Auge. Die Erklärung ist hiernach: das Fernrohr führt zwar der Netzhaut eine größere Lichtmenge zu, aber seine kleine Austrittspupille schließt die Randpartien der Augenlinse, denen die schlechte Abbildung zuzuschreiben ist, von der Abbildung aus: deswegen wird die durch Linsenfehler abgestreute Lichtmenge viel geringer sein, Fig. 3 ändert sich derart, daß das Maximum bei Winkel o steiler und dafür die Abszissenachse sehr bald erreicht wird. Die Folge ist, daß trotz der bedeutend größeren auf das Fernrohrobjektiv eingestrahlten Lichtmenge ein viel geringerer Teil der Netzhaut mit mehr als dem Reizschwellenwert bestrahlt wird.

Gerade dieses Beispiel scheint mir eine der stärksten Stützen der hier vertretenen Erklärung der Gehlhoffschen Versuchsergebnisse zu sein. Das Beispiel widerlegt aber auch die andere Erklärung der Irradiation, denn nach ihr müßten die Fixsterne im Fernrohr größer erscheinen, da die Gesamtlichtmenge, die einem Punkte der Netzhaut zugeführt wird, größer ist.

Zusammenfassung.

1. Die von Gehlhoff und Schering experimentell festgestellte Abhängigkeit des Reizschwellenwertes des Auges von der Winkelgröße der betrachteten Lichtquelle wird erklärt durch die Abbildungsfehler des Auges unter der Grundannahme, daß der wahre Reizschwellenwert des Auges konstant ist.

2. Aus den Gehlhoffschen Zahlen wird die Helligkeitsverteilung auf der Netzhaut bei maximal geöffneter Pupille für eine punktförmige Lichtquelle berechnet.

3. Durch diese Abbildungsfehler wird erklärt, daß sehr lichtstarke Objekte breiter erscheinen, als sie sind (Irradiation), und daß Sterne verschieden groß erscheinen, je nachdem, wie hell sie sind.

4. Die Abbildungsfehler werden geringer beim Abblenden der Augenlinse; das erklärt das scheinbare Kleinerwerden der Fixsterne, wenn sie durch ein Fernrohr mit kleiner Austrittspupille betrachtet werden.

Berlin, Physikalisches Institut der Landwirtschaftlichen Hochschule, Juli 1923.

(Eingegangen 6. Dezember 1923.)

Bemerkungen zu dem Manuskript: „Eine eigentümliche Beugungsinterferenz, von Karl Noack". (Diese Zeitschr. 24, 495—500. 1923.)

Von E. Maey.

Zu den von Herrn Noack ausgeführten Beobachtungen und den dazu von ihm gegebenen theoretischen Erklärungen kann ich nur meine volle Zustimmung aussprechen. Wenn ich trotzdem dazu das Wort nehmen muß, so geschieht es, weil Herr Noack glaubt, durch diese Beobachtungen die Theorie des § 2 meiner Arbeit[1]) zu widerlegen. Dieser Versuch beruht aber auf einem Mißverständnis meines § 2.

Es trifft nicht zu, daß ich, wie Herr Noack (S. 496, 2. Abs.) meint, der Ansicht bin, daß das primäre Fransenbild nach der von mir in § 2 dargestellten Art zustande kommt. Ich stimme ihm dagegen durchaus darin bei, es „in erster Linie durch Interferenz der beiden Wellensysteme je einer Seite zu erklären" (S. 499, vorletzter Abs.), d. h. der an dem Blendenrande gebeugten und der an diesem ungebeugt vorbeigehenden Welle. Diese Erklärung habe ich aber für diese Klasse der Interferenzen schon in meinem § 5 gegeben, wenn ich auch dort zur Prüfung durch die Beobachtung die Einstellung der Lupe nicht auf C, sondern aus besonderen Gründen einmal vor C und das andere Mal hinter C wählte. Ferner habe ich seine sekundären Fransenbilder in meinem § 3 theoretisch erklärt und durch die Beobachtung geprüft. Es ist also zweitens auch nicht zutreffend, wie Herr Noack es (S. 496, 1. Abs.) sagt, daß er sich auf den nächstliegenden Fall beschränkt hat, „den ich in § 2 meines Aufsatzes behandelt habe".

Das Fransenbild des § 2 scheint Herr Noack bei seiner letzten Arbeit mit Ausnahme der dunklen Mittellinie nicht von dem des § 3 unterschieden zu haben, und damit sind seine Einwendungen gegen die Theorie meines § 2 hinfällig.

Ich habe dagegen — freilich bei ganz andern Abmessungen der Apparatur — diese besondere Art von Interferenzen beobachtet und konnte

1) Erklärung der Interferenzstreifen bei der objektiven Abbildung des leuchtenden Schirmrandes. Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterricht. 36, 96. 1923.

sie mit Sicherheit von den des § 3 unterscheiden. Ich glaubte in ihnen jene Streifen wiederzuerkennen, die Herr Noack in seiner ersten Arbeit (diese Zeitschr. **23**, 228, 1922) beschreibt. Er sagt unter anderen dort: „Blendet man das nach innen gebeugte Licht ab, indem man die entsprechende Linsenhälfte zudeckt, so verschwinden die Interferenzstreifen im Lichtband[1], es bleiben aber die äußeren Beugungsfransen und umgekehrt." Daraus muß ich auch jetzt noch schließen, daß nur die letzteren das sind, was Herr Noack in seiner zweiten Arbeit als primäres Fransenbild bezeichnet. Die ersteren aber scheint Herr Noack alle zu den sekundären Fransen zu rechnen. Diese aber liegen doch nur zum Teil im Lichtband. Es scheint mir sehr wahrscheinlich, daß die in Rede stehenden Interferenzen meines § 2 mit den sekundären Fransen des Herrn Noack durch Übereinanderlagerung in einem Bilde vereinigt sind. Insbesondere scheint mir in der ganzen Horizontalreihe mit der Ordnungszahl 1 wegen der abweichend kleinen Größe von A (z. B. 7,25 statt 11) diese Linie in meinem § 2, die übrigen nach § 3, 6. Abs. zu gehören. Nach § 2 sollen ja die gemessenen Zwischenräume kleiner sein als die Formel

$$A = \lambda \frac{AC}{AJ}$$

ergibt.

Nach alledem kann ich daran festhalten, daß alle von Herrn Noack gegebenen Beobachtungen mit streifenförmiger Blende sich den von mir theoretisch erklärten Interferenzen bei der Abbildung des leuchtenden Schirmrandes einordnen lassen, und da diese dort in einer erschöpfenden Behandlung aller Kombinationen der auftretenden Lichtwellen gegeben sind, zweifle ich auch nicht daran, daß jene Interferenzen bei anders geformter Blende sich in entsprechender Weise einordnen lassen. Freilich werden die Wellenflächen des an solcher Blende gebeugten Lichtes eine andere Gestalt und damit die Interferenzstreifen andere Abstände erhalten.

Auch folgende beiden Stellen der Besprechung meines § 2 zeigen eine mißverständliche Auffassung desselben. Im Anfang des 2. Abs. (S. 496) sagt Herr Noack: „Das primäre Fransenbild kommt nach Herrn Maeys Ansicht (a. a. O. S. 97) dadurch zustande, daß die Linse L von der leuchtenden Schirmkante S nicht nur ein Bild liefert, sondern mehrere". Ich habe schon oben den Inhalt dieses Satzes als unzutreffend bezeichnet; er enthält aber noch eine weitere Unrichtigkeit: das Wort „mehrere". Daß die Linse mehrere (also doch zu verstehen als getrennte) Bilder liefert, habe ich nirgends gesagt, sondern nur auf die Wirkung der sphärischen Aberration hingewiesen, nach der alle von der Kante S herkommenden Strahlen nicht in einer Bildlinie vereinigt werden. Daher erscheint das Bild bei der Abblendung der zentralen Strahlen verschoben. Aber alle Strahlen bilden doch ein zusammenhängendes, die diakaustische Fläche berührendes Bündel und daher nicht mehrere Bilder. Dieses Wort ist nur geeignet, die von mir gegebene Darstellung zu trüben und den Schein zu erwecken, als ob mehrere getrennte Bilder aufträten. Zu S. 496, 3. Absatz, 2. Satz. Die Punkte zwischen C und D sind durchaus nicht die Mittelpunkte konvergenter Wellen; diese Wellen sind hier zwiefach gekrümmte Flächen, und daher ist das Wort Mittelpunkt zum mindesten nicht eindeutig. Die nächsten Konvergenzpunkte liegen auf der diakaustischen Fläche, die ihre Spitze in B hat. Da die zentralen Strahlen abgeblendet sind, kommen diese nächsten Konvergenzpunkte auf der Mittellinie überhaupt nicht vor. Zwischen C und D divergieren die Wellen schon wieder und die beiden von rechts und links zusammenlaufenden Wellen durchkreuzen sich infolge ihrer verschiedenen Beugung bei S in jedem Punkte zwischen C und D mit dem Phasenunterschied π.

Bonn, 15. Oktober 1923.

(Eingegangen 27. Oktober 1923.)

1) Also eine Mehrzahl, aber wohl wegen der geringen Breite des Lichtbandes geringe Zahl. Diese habe ich für die Interferenzen nach § 2 gehalten.

Schlußwort zu Herrn Maeys Bemerkungen.

Von Karl Noack.

Herr Maey ist der Ansicht, daß die von ihm in § 2 seines Aufsatzes (Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterricht **36**, S. 97) berechneten Fransen nicht die von mir als „primäre Fransen" bezeichneten sind, daß ich vielmehr jene überhaupt nicht beobachtet und gemessen hätte. Es ist wenig wahrscheinlich, daß mir diese Fransen bei meinen zahlreichen, unter den verschiedensten Bedingungen und mit verschiedenen Linsen angestellten Beobachtungen entgangen sein sollten. Auch halte ich es für ausgeschlossen, daß die hinter kreisförmigen und quadratischen Schirmchen erscheinenden Fransen nach Herrn Maeys Ableitungen in § 5 seines Aufsatzes zu erklären sind. Eine Prüfung, ob diese primären Fransen mit Herrn Maeys Fransen des § 5 identisch sind, ist leider nicht möglich, da seine Ansätze auf Seite 101 und 102 auf diesen Fall nicht anwendbar sind.

Ich bedaure lebhaft, die Messungen im Augenblick aus den an anderer Stelle angegebenen Gründen nicht fortsetzen zu können, da solche unter Einhaltung der Voraussetzungen des § 5 vielleicht Aufklärung der Streitfrage bringen könnten.

Daß die ungeschickte Ausdrucksweise vom Vorhandensein „mehrerer Bilder" zwischen *C* und *D* Anlaß zu Mißverständnis gegeben hat, bedaure ich. Was ich dort sagen wollte, ist einfach das, daß zur Erklärung der sehr scharfen Interferenzen zwei diskrete scharfe Bilder unerläßlich sind; und gerade in deren Nichtvorhandensein finde ich das noch Unerklärte der Fransen von Herrn Maeys § 2.

(Eingegangen 16. Dezember 1923.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN DES DEUTSCHEN PHYSIKERTAGES IN BONN VOM 16.—22. SEPTEMBER 1923.

J. Eggert (Berlin), Über die photochemische Sensibilisation der Maleinesterumlagerung durch Brom. (Nach gemeinsamen Versuchen mit W. Borinski-Berlin[1].)

Wie Wislicenus 1895[2]) entdeckte, scheidet wäßrige Maleinsäurelösung im Sonnenlicht bei Gegenwart von Brom die weniger lösliche Fumarsäure ab. Das Brom, welches sich dabei zum Teil an Fumarsäure unter Bildung von Dibrombernsteinsäure anlagert, spielt bei dem Umlagerungsvorgang:

$$\begin{matrix} H\cdot C\cdot COOH \\ \| \\ H\cdot C\cdot COOH \end{matrix} \quad = \quad \begin{matrix} HOOC\cdot C\cdot H \\ \| \\ H\cdot C\cdot COOH \end{matrix} \quad + 7000 \text{ cal}$$

offenbar die Rolle eines Sensibilisators, da es in Mengen zugegen ist, die in keinem stöchiometrischen Verhältnis zu den reagierenden Säuremengen steht, und da es unter Umständen bei dem Prozeß nahezu unverändert bleiben kann, während die Maleinsäureumlagerung fast quantitativ erfolgt. Wir unternahmen es, diesen Vorgang näher zu studieren, weil der Schätzung nach eine ungewöhnlich große Ausbeute der Lichtenergie an chemischem Umsatz vorzuliegen schien, und weil diese Reaktion ein Gegenstück zu der von E. Warburg[3]) untersuchten photochemischen Umwandlung der Säuren ineinander bei Abwesenheit von Brom im ultravioletten Licht darstellt, die etwa in der Größenordnung erfolgt, die das photochemische Äquivalentgesetz fordert.

Um das System für die Untersuchung geeigneter zu machen, studierten wir den Effekt nicht in der von Wislicenus angegebenen Form, sondern verwendeten an Stelle der freien Säuren ihre Äthylester, die sich in jedem Verhältnis mit Tetrachlorkohlenstoff mischen. Die Größe des mit den Wellenlängen 557, 436 und 365 $m\mu$ bekannter Energie beobachteten Umsatzes bestimmten wir auf $\pm 1/2$ Proz. genau mit Hilfe einer thermoanalytischen Methode, indem wir den Schmelzpunkt des sich beim Versuch bildenden Estergemisches nach Entfernung des Broms und des Tetrachlorkohlenstoffes mit Thermoelement und Spiegelgalvanometer ermittelten.

Zu den endgültigen Versuchen wurde eine Menge Maleinester mit einer abgemessenen Menge Tetrachlorkohlenstoff verdünnt, eine bekannte Menge titrierter Brom-Tetrachlorkohlenstofflösung zugefügt, definiert belichtet, analysiert und aus den gewonnenen Zahlen die photochemische Ausbeute φ der absorbierten Energie bestimmt. An dem an anderer Stelle ausführlich wiedergegebenen Zahlenmaterial ergaben sich folgende Eigenschaften der Reaktion:

1. Die Zahl umgesetzter Moleküle dividiert durch die Zahl absorbierter Quanten (die photochemische Ausbeute φ) ist unter Anwendung von blauem Licht (436 $m\mu$) bei 18° im Mittel gleich 565; das Äquivalentgesetz wird also um mehr als zwei Zehnerpotenzen überschritten.

2. Der Umsatz ist der Anzahl absorbierter Quanten, d. h. dem Produkt Lichtintensität mal Zeit proportional.

3. Der Umsatz ist von der Bromkonzentration in den Grenzen 1 : 9 unabhängig.

4. Der Umsatz ist von der Tetrachlorkohlenstoffkonzentration in den Grenzen 1 : 5 unabhängig.

5. Der Umsatz ist der Quantgröße bei ein- und derselben Temperatur proportional; so ist bei 18° für $\lambda = 557\ m\mu$ $\varphi = 429$, für $\lambda = 365\ m\mu$ $\varphi = 684{,}5$ oder mit anderen Worten: die An-

1) Infolge eines Mißverständnisses seitens des Verlags ist der Vortrag in dieser Zeitschrift **24**, 504, 1923 ohne Korrektur des Herrn Verfassers aufgenommen worden und wird deshalb in berichtigter Form nochmals abgedruckt.

2) Ber. d. sächs. Akad. d. Wiss. **47**, 491, 1895.

3) Ber. d. preuß. Akad. d. Wiss. 1912, S. 960.

zahl umgesetzter Moleküle ist proportional der absorbierten Gesamtenergie, gleichgültig in welcher Farbe die Strahlung eingesandt wird (in den angebenenen Grenzen von λ).

6. Die Größe des Umsatzes pro eingestrahlte Calorie wächst exponentiell mit der Temperatur (bei 10° Temperaturerhöhung auf das Doppelte).

Die Deutung dieser Erscheinungen kann bisher nicht ohne Widerspruch gegeben werden. Sicher scheint zu sein, daß weder der Tetrachlorkohlenstoff, noch der Fumarester, noch das inaktive Brom an der Reaktion teilnimmt; denn der Vorgang ist von der Konzentration aller drei Molekülgattungen unabhängig. Der Prozeß dürfte sich demnach folgendermaßen abspielen: Primär wird das Licht vom Brom absorbiert; das aktivierte Brom lagert darauf die Maleinestermoleküle um. Da die Isomerenumwandlung in der untersuchten Richtung exotherm, also von der instabilen in die stabile Form erfolgt, ist nicht verwunderlich, daß eine lange Kette von Elementarvorgängen auftritt. Die vom Brom im Einzelprozeß hergegebene Energie hat mithin den Charakter einer Auslösungsarbeit, die so oft verteilt werden kann, als der Energievorrat reicht: bei der Absorption eines großen Quants (Ultraviolett) beobachtet man zahlenmäßig mehr Umwandlungen als bei der Aufnahme eines kleinen Quants (Grün). — Die Temperaturabhängigkeit des Vorganges ist man zunächst geneigt, im Anschluß an Krüger[1]) und Goldschmidt[2]) dahin zu deuten, daß das aktivierte Brommolekül nicht jedes ihm begegnende Maleinestermolekül umlagert, sondern nur solche, die eine bestimmte kritische Energie besitzen. Nach Maxwell wächst die Konzentration solcher Individua zwar in der Tat exponentiell mit der Temperatur. Gegen diese Deutung spricht indessen, daß bei der gleichen Temperatur keine Abhängigkeit des Effektes von der Maleinesterkonzentration zu beobachten ist. Aus den Versuchen ist daher zu schließen, daß das Maleinestermolekül selbst bei verschiedenen Temperaturen — unabhängig von der Esterkonzentration — einer Anregungsenergie verschiedener Größe bedarf. Und zwar: bei tiefer Temperatur ist der nötige Umlagerungsanstoß exponentiell kleiner als bei hoher. Eigenartig bleibt freilich, daß in jedem Falle die vom Brom gelieferte Anregungsarbeit klein ist gegenüber der kinetischen Energie des Moleküls; diese ist so unwirksam, daß eine spontane Umwandlung des Esters selbst bei ca. 200° C noch nicht erfolgt.

Diese Vorstellungen über den Ablauf der Reaktion enthalten ein schweres Bedenken, das uns auch Prof. Franck-Göttingen in der Diskussion entgegenhielt. Nach dem bisher bekannt gewordenen Verhalten aktivierter Systeme im Gaszustande sind Atome und Moleküle, die sich im angeregten (Bohrschen) Zustand befinden, nicht imstande, den Zusammenstoß mit anderen Teilchen zu überdauern. Die vorliegende Erklärung schließt im Gegensatz hierzu ein, daß viele Begegnungen stattfinden können, bis ein wirksamer Stoß an Maleinester erfolgt, mithin noch einige Größenanordnungen mehr an Zusammenstößen stattfinden müssen, bis die anfänglich aufgenommene Energie in Gestalt von Auslösungsarbeit an das instabile Isomere vollständig verteilt ist. Abgesehen ferner davon, daß sich die Lebensdauer des Bohrschen Zustandes dadurch zu bedenklich großen Werten ergibt, wird man schließlich zu der Annahme gedrängt, daß die Teilbeträge der abgegebenen Auslösungsenergie eine wenig wahrscheinliche Quantgröße besitzen.

Ähnliche Deutungen, wie die oben geschilderte, sind andererseits für sehr verwandte Erscheinungen — bei anderen Systemen[1]) in Gegenwart von Halogenen gegeben worden; auch für diese Erklärungen gelten die ausgesprochenen Bedenken.

Die einzige Basis, die der Verfasser nach einer gemeinschaftlichen Besprechung (Eggert, Franck, Hertel, Nernst, Noddack, Polanyi) über die noch nicht gelösten Fragen für möglich hält, ist diese: das Halogen muß befähigt sein, die primär aufgenommene Energie so zu stabilisieren, daß das aktivierte Molekül eine große Anzahl von Zusammenstößen über lange Zeiträume überdauern kann. Wie ein solcher Mechanismus zu denken ist, bleibt bisher unklar.

Gegen einen Zerfall des Brommoleküls in seine Atome, eine an sich zunächst sehr plausible Annahme der Energiestabilisierung, spricht einerseits die Unabhängigkeit des Effektes von der Bromkonzentration und andrerseits die Tatsache, daß wäßrige Maleinsäurelösung, die Bromionen (Bromkalium) enthält, beim Elektrolysieren, d. h. bei der elektrochemischen Bildung von Bromatomen, keine Umwandluug in Fumarsäure erkennen läßt.

Diskussion.

Herr Hertel: In noch zu veröffentlichenden Arbeiten habe ich zeigen können, daß Photochlorierungen in Tetrachlorkohlenstoff als Lösungsmittel bei Verwendung organischer Substanzen als Akzeptoren von der Konzentration des Lösungsmittels in weitem Maße unabhängig

1) Diese Zeitschr. **10**, 206, 1909.
2) Gött. Nachr. vom 19. Dez. 1908.

1) Noddack, Zeitschr. f. Elektroch. **27**, 359, 1921; Grüß, Zeitschr. f. Elektroch. **29**, 144, 1923; Hertel (noch nicht veröffentlichte Studien über Photochlorierungen).

sind, was mit den Beobachtungen des Herrn Eggert völlig übereinstimmt.

Herr Polanyi: Die Annahme, daß die einzelne Umsetzung durch Aufnahme eines kleinen Bruchteils der Anregungsenergie zustande kommt, scheint mir unmöglich, weil die kleinen Beträge (von 50—100 cal/Mol), die hiernach die Umsetzung herbeiführen sollten, auch schon durch die normale thermische Bewegung zugeführt werden müßten, so daß die Reaktion auch im Dunkeln schnell ablaufen müßte, was tatsächlich nicht der Fall ist.

Herr Eggert: Diese gewiß eigenartige Tatsache ist in der Dissertation Borinskis eingehend diskutiert. Die gewählte Art der Deutung verliert jedoch den eingewendeten Widerspruch, wenn man annimmt, daß die vom Brom abgegebene Energie von der kinetischen Energie — im vorliegenden Falle — spezifisch verschieden wirksam ist.

BESPRECHUNGEN.

Th. Vahlen, Ballistik. 8°. 231 S. Mit 53 Abb. Berlin u. Leipzig. Vereinig. wissensch. Verleger, W. de Gruyter & Cie. 1922[1]).

Daß das Schießverfahren der deutschen Artillerie zu Beginn des Weltkrieges nicht auf der Höhe stand, die es hätte erreichen müssen und können, ist heute unbestritten. Der praktische Ballistiker der Vorkriegszeit war im allgemeinen zufrieden, wenn er eine Formelsammlung erhielt, in die er unbegrenztes Vertrauen setzte und die seine mathematische Gedankenarbeit nicht stark beanspruchte. Diese Geringschätzung der Theorie hat sich bekanntlich in der Praxis gerächt. Besonders dankenswert ist es deshalb, wenn ein anerkannter Fachmann, der die Theorie als Mathematiker von Ruf, die Praxis als Kommandeur einer Artillerietruppe vor dem Feinde vollkommen beherrscht, ein kurz gedrängtes Buch über Ballistik geschrieben hat, das der Theorie zu ihrem Recht verhilft und das gerade durch die anziehende Eigenart der Darstellung den Leser zu eigener Gedankenarbeit anregt.

Nach der nicht eben wohlwollenden Besprechung (S. 397 der Zeitschr.) zu urteilen, scheint jedoch Cranz am Standpunkt der Vorkriegszeit festhalten zu wollen. Denn seine Einwendungen sind vielfach überhaupt nicht durch Begründung gestützt, auch keineswegs stichhaltig. So z. B., wenn behauptet wird, Vahlen sei in der Behandlung der konischen Pendelung nicht wesentlich über Mayewski und Sabudski hinausgekommen. Im Gegenteil: Vahlen hat in sehr eleganter Form nachgewiesen (§ 53), daß die Nutationen der Geschoßachse sehr rasch verlaufen müssen, die Präzession dagegen außerordentlich langsam. Aus letzterem Grunde verbleiben die Nutationskreise fast auf der gesamten praktisch benutzten Flugbahn ausschließlich rechts der Bahntangente. Hierin liegt ein wesentlicher Fortschritt gegen die Rechnungen von Cranz (z. B. Zeitschr. Math. Phys. 43, 1898), deren Ergebnisse Cranz selbst in sein Referat in der Enz. d. Math. Wiss. IV, 3 S. 232, 233 nur mit sehr gerechtfertigter Zurückhaltung aufgenommen hat. Sabudskis Entwicklungen in den „Untersuchungen über die Bewegungen der Langgeschosse" (Übers. v. Eberhardt 1909) enthalten so grobe mathematische Versehen, daß sie überhaupt nicht in Betracht kommen. Daß und weshalb eine völlig strenge Lösung dieses verwickelten Problems erst nach Jahrzehnten zu erhoffen ist, liegt für jeden Kenner der Aerodynamik auf der Hand.

Unbegreiflicherweise beanstandet Cranz, daß Vahlen den Luftwiderstand bei sehr großer Geschoßgeschwindigkeit dieser proportional annimmt. In der Tat führen alle bekannten Widerstandsgesetze, auch v. Eberhards hierauf.

Vahlens Windkorrektur (§ 46) wird von Cranz als anfechtbar bezeichnet, allein ohne jede Begründung. Die Kürzung, die sich der Verf. erlaubt, besteht darin, daß er die Abweichungen der Geschosse von der Kugelform vernachlässigt. Hier erscheint eine Ergänzung in einer Neuauflage erwünscht.

Was den Höhenwind anlangt (§ 47), so liefert natürlich eine genauere Kenntnis der Windschichtung genauere Verbesserungen, aber nur auf Kosten der Einfachheit und damit der Anwendbarkeit. Kennt man den Wind nur in zwei Höhen, so bleibt nichts anderes übrig, als linear dazwischen zu interpolieren. Daß die früher gelehrte Korrektur „Wind in $^2/_3$ der Flughöhe" den Vorzug vor Vahlens „Wind in $^1/_2$ Flughöhe" verdienen sollte, ist nicht begründet. Vahlens Regenkorrektur ist etwas ganz Neues, aber natürlich ebenfalls nur eine Annäherung. Wie denn überhaupt die gesamte Ballistik ein „System der Annäherungen" bleiben wird, um so mehr, als endlich ihre enge Verknüpfung mit der Meteorologie genügend gewürdigt wird.

Das von Cranz sehr ausführlich gerügte Versehen beim Differentiieren S. 145 besteht lediglich darin, daß in der Beziehung $\frac{d^2p}{dx \cdot dp} = -2\frac{d^2x}{dx^2}$ der Faktor 2 rechts irrtümlich vergessen wurde. Auf die weiteren Paragraphen von Kap. XII hat dies keinen Einfluß.

Die von Cranz (a. a. O. S. 219) Bernoulli zugeschriebenen Formeln finden sich weder an den von Cranz angeführten Stellen, noch überhaupt bei Bernoulli. Vahlen verwendet sie übrigens (S. 60 (21), (22)) genau in der von Cranz angegebenen Form, die dieser aber nun selbst bemängelt. Durch Anbringung eines korrigierenden Faktors von Didion würde die oskulierende Approximation in eine interpolierende verwandelt. Dies behandelt der Verf. aber erst im Kap. VII.

Vahlens „Übergangsballistik" ist als Abschnitt einer systematischen Gesamtdarstellung jedenfalls etwas ganz Neues. Auch die kosmische Ballistik wird zum ersten Male systematisch behandelt. Nicht veröffentlichte Arbeiten der Firma Krupp ändern hieran nichts.

Der Vorwurf von Cranz, Vahlen habe „manches nicht gebracht" ist nur insofern berechtigt, als jeder objektive Leser unwillkürlich den Wunsch empfindet, noch weitere Probleme in der eigenartig fesselnden

[1]) Diese Zeitschr. **24**, 397, 1923.

und eleganten Weise des Verfassers dargestellt zu erhalten. Wie dieser im Vorwort ausführt, war ihm angesichts der heutigen der Wissenschaft so ungünstigen Zustände der Raum eng begrenzt worden. Ich finde es im Gegenteil erstaunlich, welch reiche Fülle von Gedanken das Buch gerade in knappster Darstellung bringt. Es verhilft dem Leser zu einem klaren Überblick über das Gesamtthema und das erscheint mehr vonnöten als eine Erschöpfung und Zersplitterung in Einzelheiten. Nicht nur der Ballistiker wird wertvolle Belehrung finden, sondern die Lektüre wird überhaupt jedem Mathematiker als ein glänzendes Beispiel angewandter Mathematik einen hohen Genuß bereiten. Gerold v. Gleich.

Brockhaus, Handbuch des Wissens in vier Bänden. Sechste, gänzlich umgearbeitete und wesentlich vermehrte Auflage von Brockhaus' Kleinem Konversationslexikon. Mit über 10000 Abbildungen und Karten im Text und auf 178 einfarbigen und 88 bunten Tafel- und Kartenseiten und mit über 87 Übersichten und Zeittafeln. Leipzig, F. A. Brockhaus, 1923.

Das „Handbuch des Wissens" liegt nunmehr vollständig vor. Es ist das erste deutsche Lexikon, das seit Friedensschluß geschaffen wurde. Möglichst geringer Umfang einerseits und möglichste Lückenlosigkeit des Stoffes andererseits waren bei Abfassung dieses Werkes maßgebend. Den Fachphysiker, dem zum Nachschlagen ja im allgemeinen seine Fachliteratur zur Verfügung steht, wird es daher in erster Linie interessieren, inwieweit alte, neue und neueste Errungenschaften der Physik in diesem Werke behandelt werden, das für den gebildeten Laien bestimmt ist.

„Mechanik", „Akustik", „Wärme", „Optik" und „Elektrizität" werden zusammenfassend in Sonderabschnitten behandelt; jedem desselben sind zwei Tafeln beigegeben. Die Tafeln „Optik I und II" enthalten beispielsweise folgende bildliche Darstellungen: 1. Reflexion und Brechung eines Lichtstrahles beim Übergang von Luft in Wasser; 2. Aufrechtes reelles Bild eines verkehrt aufgestellten Objektes durch Reflexion in einem Hohlspiegel; 3. Farbenzerstreuung durch Prismen; 4. Wiedervereinigung der Spektralfarben zu weiß; 5. Interferenz zweier Wasserwellenzüge; 6. Beugungsbild eines Fadens in einem Spalt; 7. Beugungsbilder eines kreisrunden Loches; 8. Doppelbrechung: Schrift unter Kalkspat; 9. und 10: Polarisationsbilder in gekühltem und gepreßtem Glas; 11. Strahlengang im astronomischen Fernrohr; 12. Prismenglas; 13. Aplanatische Lupe; 14. Lupenstativ; 15. Stereoskop; 16. Strahlengang im Mikroskop; 17. Ultramikroskop; 18. Projektionsapparat für Dia- und Episkopie; 19. Camera obscura. Hierzu kommen zwei weitere Tafeln für Spektralanalyse, enthaltend das Sonnenspektrum und 12 Spektra chemischer Elemente (bunt), 6 Sternspektra und die Anordnung eines Sternspektrographen und des Spektroheliographen, sowie 1 Tafel „Farben", enthaltend das Sonnenspektrum, den 12teiligen Farbenkreis nach Besold, den 8teiligen nach Ostwald, additive und substraktive Farbenmischung, Teil einer Lumiereplatte u. a. m. Dementsprechend sind auch die Tafeln der anderen Sonderabschnitte zusammengestellt. Die Reichhaltigkeit des Stoffes macht es unmöglich, alle Abhandlungen und Tafelwerke der Grenzgebiete aufzuzählen. Als Beispiel mögen hier nur Tafel I und II: „Straßenbahnen" erwähnt werden, die Entwicklung und konstruktionelle Hauptteile seit Brunners Dampfomnibus 1876 und Siemens' erster elektrischer Bahn 1879 bis zur Neuzeit darstellen, sowie die Tafeln I und II: „Telegraph und Fernsprecher", die den Leser von Chappes optischem Telegraphen von 1794 über Gauß' und Webers ersten elektrischen Telegraphen von 1833 und über Hughes Typendrucker und Siemens' Schnelldrucker zur Funkanlage führen: hier sieht man Großsendeanlagen, Antennen auf Dampfern, eine kleine Rahmenantenne, eine Hochfrequenzmaschine, den Poulsensender und die Elektronen-Senderöhre. Weiter gelangen wir vom ersten Telephon von Reis 1861 zum Selbstvermittler des modernen Fernsprechamts.

Unübersehbar ist die Fülle der unter den Einzelstichworten verstreuten Einzelabhandlungen und -beschreibungen. Der Überschlag ergibt allein schon etwa 200 derselben, denen eine Abbildung beigegeben ist. Ihre Aufzählung ist unmöglich. Wir müssen uns deshalb damit begnügen, nur einige Stichworte hervorzuheben, die beweisen, daß das Handbuch des Wissens wirklich die neuesten Errungenschaften bringt. Hier seien erwähnt: Der lichtelektrische Effekt; die Wilsonsche photographische Aufnahme der α-Strahlbahnen (mit Wiedergabe); der Versuch von Michelson; die Relativitätstheorie (bes. eingehend); Atomstrahlen und Isotope nach Aston; Becquerel-Strahlen; Radium, Deltastrahlen; Stookes' Gesetz der Fluoreszenz; Moseleys Gesetz der Röntgenspektra; die kinetische Wärmetheorie; die Temperaturstrahlung; das Stefan-Boltzmannsche Gesetz; das Wiensche Verschiebungsgesetz; der Strahlungsdruck; das Plancksche Wirkungsquantum; das Lauediagramm und die Raumgitteranalyse der Kristalle; die Verflüssigung der Gase; die Neonlampe; der Röhrensender; der Radiopeiler; der Quecksilbergleichrichter. Von modernen Instrumenten seien erwähnt das Wulfsche Einfadenelektrometer und das optische Pyrometer.

Um ein Beispiel für die Vollständigkeit des unter einem Leitwort referierten Stoffes zu erbringen, sei hier der Inhalt von „Spektrum" in Stichworten aufgeführt:

Kontinuierliches Spektrum; Linien-Spektrum; beider Entstehungsbedingungen; Banden-Spektrum; Serien-Spektrum; Balmer-Formel; Absorptionsspektrum; Fraunhofersche Linien; Frequenzen und Umfang des Sonnenspektrums; Ultrarotes oder Wärmespektrum, Ultravioletter Spektrum, Röntgenspektrum, Grundlagen der Bohrschen Theorie (Quantenbahnen). Lymanserie, Paschenserie; Sommerfelds Feinstruktur der Spektrallinien; Zeemaneffekt; Starkeffekt; Funkenspektrum verschiedener Ordnung; Flammen- und Bogenspektrum; Verschiebungssatz (Sommerfeld, Kossel); Literatur.

Die hier erwähnte Literaturangabe bildet meistens den Schluß jeder Einzelabhandlung. Sie erhöht den wissenschaftlichen Wert des Werkes außerordentlich.

Der Fachphysiker hat bei der heutigen ungünstigen wirtschaftlichen Lage die Literatur der Nachbargebiete nicht so leicht zur Hand wie die eigene. Sein Hauptinteresse dürfte deshalb auf die Behandlung derselben gerichtet sein. Wir greifen die Chemie und Mineralogie heraus.

Chemische Apparate und Versuchsanordnungen sind in zahlreichen Abbildungen auf Tafeln und in Einzelabbildungen unter den Stichwörtern wiedergegeben. Hierzu kommt ein alphabetisches Verzeichnis der chemischen Elemente mit Angabe ihres chemischen Zeichens, der Ordnungszahl, des Atomgewichts, ihres Entdeckers und der Jahreszahl ihrer Entdeckung. Daran schließt sich das periodische System der Elemente. Diese selbst sind einzeln als Stichworte behandelt. Hierbei sind aufgeführt: Chemisches Zeichen, Vorkommen in der Natur, ob rein oder in Verbindungen, historische und moderne technische Gewinnung (viel-

fach mit Abbildungen), Farbe, Dichte, Schmelzpunkt, Atomgewicht, physikalische Eigenschaften bei der Bearbeitung, technische Anwendung. Dann folgen eingehend die Verbindungen. Den Schluß bilden Literaturangaben. Die chemischen Verbindungen sind auch sehr zahlreich als Stichworte selbst aufgeführt. Zur Einschätzung ihrer Reichhaltigkeit mag dienen, daß das Werk fast alle anorganischen Verbindungen aufführt, die das wohl jedem Physiker bekannte „Lehrbuch der anorganischen Chemie von A. F. Hollemann in seinem Register gibt; von den organischen Verbindungen konnten naturgemäß nur die wichtigsten genannt werden.

Die Einteilung der Mineralogie in 6 Klassen wird auf einer Tafel gegeben: I. Elemente, II. Schwefelverbindungen, III. Oxyde und Hydroxyde, IV. Haloidsalze, V. Sauerstoffsalze, VI. Organische Verbindungen und deren Zersetzungsprodukte. Für jede Ordnung und Gruppe derselben sind die wichtigsten Mineralien aufgeführt. Geschichtliches und reichhaltige Literaturangabe findet sich unter dem Stichwort „Mineralogie". Die Kristalle sind nach den bekannten Systemen aufgeführt und bildlich dargestellt. Sie werden entsprechend den Laueschen Röntgenversuchen als Riesenmolekülle definiert. Kristallographische Fachbezeichnungen, wie z. B. „Doma", werden unter besonderen Stichworten mit zahlreichen Einzelabbildungen gebracht. Zur Einschätzung der Reichhaltigkeit der aufgeführten Mineralien diene die Angabe, daß etwa 90 Proz. derjenigen Mineralien aufgeführt sind, die im Mineralverzeichnis des „Lehrbuchs der Mineralogie" von Niggli, 1920, dick gedruckt sind. Die Formen derselben werden durch sehr zahlreiche Abbildungen erläutert. Hierzu kommen 2 Tafeln über Edelsteine. – Die Versuchsanordnung von Laue ist bildlich dargestellt, ebenso das Steinsalzgitter; einige Gitterkonstanten werden mitgeteilt.

Es wird keinem Physiker einfallen, sich in mathematischen Fragen an ein allgemein gehaltenes Handbuch zu wenden. Was das Handbuch des Wissens aus dem Gebiete der Mathematik mitteilt, wird daher in erster Linie dem mathematisch Ungeschulten Aufschluß geben. Trotzdem sei betont, daß auch das hier Gebotene außerordentlich reichhaltig ist. Besonders reichhaltig ist die Wiedergabe von Kurven und Kurvenscharen z. B. (Zykloide, Epizykloide, Hypozykloide, Konchoiden usw.). Die Infinitesimalrechnung wird nur kurz gestreift.

Bei der ungeheuren Fülle des Gebotenen wird es dem Fachmann stets ein Leichtes sein, einige Punkte zu finden, die er bemängeln kann. Wenn solche im Folgenden aufgezählt werden, so soll es nicht geschehen, um zu tadeln. Im Gegenteil: einerseits soll das dazu beitragen, den Wert des Werkes in der Neuauflage durch Berücksichtigung zu heben; andererseits wird dadurch von vornherein der Verdacht unterdrückt, es könnte die günstige Beurteilung des Werkes parteiisch sein.

Auf Tafel II der „Elektrizität" ist der Unterbrecher *U* ein Tauchunterbrecher, kein rotierender Unterbrecher! In der Abb. „Ultraviolette Strahlen" muß der zwischen dem Ultrarot *b* und dem Ultraviolett *c* gelegene Spektralbereich *a* als „sichtbares Spektrum" bezeichnet werden, nicht aber als „Sonnenstrahlen", denn diese enthalten die anderen Strahlenarten ebenfalls mehr oder weniger! Beim „Perpetuum mobile" wird gesagt, seine Unmöglichkeit folge aus dem Gesetz von der Erhaltung der Energie. Das Umgekehrte ist der Fall: aus dem durch Jahrtausende stets mißlungenen Versuch, ein Perpetuum mobile zu konstruieren, hat man erst auf das Gesetz von der Erhaltung der Energie geschlossen! Auf der Tafel V „Optik" ist das „Beugungsbild eines Fadens in einem Spalt" wiedergegeben. Hierbei überlagern sich in komplizierter Weise verschiedene Beugungsbilder. Didaktisch besser wäre das Beugungsbild eines Spaltes oder einer Schneide. (Beispiele hierfür siehe diese Zeitschrift.) Auf Tafel I „Moderne Heilverfahren" ist die Anlage zur Röntgenaufnahme einer Wirbelsäule dargestellt. Diese Abbildung gehört unter „Diagnose" oder besser unter das neu einzufügende Stichwort „Diagnostik", während an seine Stelle eine — modernere — Röntgen-Therapieanordnung zu treten hätte. — Zu modernisieren wären folgende Abbildungen: Mikroskop (III, S. 245); Nernstlicht (III, S. 354). Schließlich müßte — ebenso wie das moderne Einfadenelektrometer — auch ein modernes Drehspulgalvanometer mit Spiegelablesung (z. B. von Siemens & Halske oder von Hartmann & Braun) abgebildet werden. Auch dürften moderne Hochvakuumpumpen wie die Molekularpumpe, die Diffusions- und die Dampfstrahlpumpe nicht fehlen. Diese unter „Quecksilberpumpen" zu bringen, wäre unzweckmäßig, da sie auf anderen physikalischen Prinzipien beruhen. — Man unterscheidet 7 Kristallsysteme, nicht 6 (das rhomboedrische ist vergessen!). Der Wert der Angabe chemischer Verbindungen und Mineralien würde sehr gewinnen, wenn jeder derselben die chemische Formel beigegeben würde.

Daß der Werdegang und die Forschungsarbeit großer toter und großer lebender Physiker behandelt werden, ist sehr dankenswert. Hier wird sich auch mancher Physiker vom Fach gern Rat holen. Neben den bereits Aufgeführten dürften aber viele Namen nicht fehlen, die man vergebens sucht. Es ist unmöglich, hier eine vollständige Liste mitzuteilen. Es seien nur beispielsweise genannt von Deutschen: Born, Elster, Franck, Geitel, Gerlach, Hallwachs, Kossel, Madelung, Paschen, Pohl, Prandtl, Sommerfeld; von Ausländern: de Broglie, Langmuir, Moseley, Niggli, Siegbahn, Wilson u. a. m.

Zum Schluß sei bemerkt, daß das Handbuch des Wissens auch eine Reihe praktischer Fragen durch besonders geschickte Zusammenstellungen beantwortet.

Hierher gehören beispielsweise: „Erste Hilfe" mit zwei Bildertafeln und Gebrauchsanweisungen; „Fleckmittel" gegen Flecke von verschiedenen Substanzen in verschiedenen Stoffen. „Korrekturen", die im Verkehr mit dem Buchdrucker üblich sind, erläutert an einem Schriftsatz.

Die Reichhaltigkeit des anderen Gebieten entlehnten Stoffes ist außerordentlich groß. Hier sei nur des „Weltkrieges" gedacht, der auf 24 Seiten in allen seinen Phasen behandelt ist. Zahlreiche Karten sind beigegeben. Außerdem sind aber die großen Schlachten, wie die bei Tannenberg oder die Marneschlacht, jede wieder an besonderer Stelle (unter T und M) durch eingehende Beschreibung und Schilderung ihrer Phasen an der Hand von mehreren Karten gewürdigt. Auch der vergleichenden Strategie Napoleons I, Moltkes und Schlieffens sind mehrere Tafeln gewidmet.

Der Druck ist klar und schön; der Einband sehr geschmackvoll.

Der Titel „Handbuch des Wissens" ist vortrefflich gewählt. Er allein läßt dem Werke Gerechtigkeit widerfahren. Hätte es den Namen seiner Vorgänger „Konversationslexikon" beibehalten, so wäre ihm der Stempel des Oberflächlichen aufgedrückt worden, den es keineswegs verdient. Denn alles in allem genommen stellt das „Handbuch des Wissens" eine gewaltige Leistung dar. Es sollte, besonders angesichts seines wohlfeilen Preises, im Hause keines Kulturträgers fehlen.

Hans Küstner.

Roth, W. A. und K. Scheel, Konstanten der Atomphysik. Unter besonderer Mitwirkung von E. Regener. 8°. 114 S. Berlin, Julius Springer. 1923. Gz. M. 8.—.

Es ist den Herausgebern der soeben erschienenen 5. Auflage des Landolt-Börnstein sehr zu danken, daß sie in diesem kleinen Bande in geschickter Weise einen wohlfeilen Auszug aus dem großen Werk zusammenstellten. Das Buch umfaßt die folgenden Tabellen: Atomgewichte für 1923; Periodisches System der Elemente; Isotopengemische mit in der Natur konstantem Verbindungsgewicht und Reinelemente; Radioaktive und zugehörige inaktive Isotope; Die radioaktiven Elemente; Wärmewirkung radioaktiver Substanzen; Altersbestimmung von Mineralien; Gegenseitiges Verhältnis der verschiedenen Maßeinheiten für Energie; Lichtgeschwindigkeit im Vakuum; Neuere Bestimmungen der Loschmidtschen Zahl N; Geschwindigkeit, Weglängen und Dimensionen der Gasmoleküle; Tabelle minimaler Schichtdicken; Elektrisches Elementarquantum; Elektrochemisches Äquivalent und einige daraus abgeleitete Konstanten; Spezifische Ladung des Elektrons; Plancksches Wirkungselement; Strahlungskonstanten; Wellenlängen und Spektralbezirke des gesamten Spektrums; Ultrarote Wellenlängen; Kompendien und Atlantenwerke mit photographischen Spektren; Optische Serienspektren einiger Elemente; Anregungs- und Ionisierungsspannungen ein- und mehratomiger Gase und Dämpfe; Zahlenwerte der Terme von Spektralserien; Absorption und Zerstreuung von Röntgenstrahlen; Kristallstrukturen; Beweglichkeit der Ionen in den wichtigsten Gasen und Dämpfen; Diffusionskoeffizient der Ionen und Gasen; Koeffizient der gegenseitigen Wiedervereinigung der Ionen in verschiedenen Gasen; Entladungsspannungen in Gasen; Kathodengefälle der Glimmentladung; Durchgang von Elektronen durch Materie; Langwellige Grenze der lichtelektrischen Wirkung; Resonanzwellenlängen der selektiven lichtelektrischen Wirkung.

Zu begrüßen wäre es gewesen, wäre wenigstens für Elemente, die Dichte mit aufgenommen worden, deren Kenntnis die Tabellen über Absorption und Zerstreuung der Röntgenstrahlen voraussetzen. Auch werden Angaben über die Durchmesser der Moleküle, Atome und Ionen fester Stoffe und der Elemente vermißt, über die doch schon reichliches, wenn auch nicht absolut eindeutiges Zahlenmaterial festliegt (vgl. z. B. Herzfeld, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **19**, 259, 1922).

Die Ausstattung: Druck, Papier und Einband sind ausgezeichnet. Hans Küstner.

G. Jaeger, Theoretische Physik. III. Elektrizität und Magnetismus. 5. verbesserte Auflage. gr. 8°. 140 S. m. 33 Figuren. Berlin u. Leipzig, Vereinigung wissenschaftlicher Verleger. Walter de Gruyter & Co. 1922. Preis Gz. M. —.90 mal Schlüsselzahl.

Die neue Auflage unterscheidet sich von den früheren durch Umarbeitung der einzelnen Paragraphen. Es wurden Druckfehler verbessert, Längen gekürzt, andererseits wieder allzu kurze Fassungen verständlicher gemacht. Dadurch ist den Studierenden das Verständnis wesentlich erleichtert. Neu hinzugetreten zu den früheren sind die Paragraphen über die Wirkung eines Magnetfeldes auf ein Stromelement, das Faradaysche Pendel und der Wechselstrom. Auf ein Kapitel über Elektrostatik folgt eines über den Magnetismus und schließlich der Elektromagnetismus, welcher durch die Maxwellschen Gleichungen seinen Abschluß findet. Es würde ganz nützlich sein, auch die Integration der Maxwellschen Gleichungen in speziellen Fällen durchzuführen. Alles in allem ist das Buch sehr klar geschrieben und ist als Einführung in die Elektrodynamik sehr zu empfehlen.

H. Falkenhagen.

Berichtigung.

Im Vortrag von H. Franke (diese Zeitschr. **24**, 474, 1923) beträgt auf S. 475 im 4. Absatz die Plattenstärke nicht 75 bis 600 mm, sondern nur 7,5 bis 60 mm.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Rostock Dr. E. Danneel für Technische Chemie.

Ernannt: Professor Dr. Ing. A. Bruckmann zum ord. Professor für Elektromaschinen- und Apparatebau an der Universität Riga.

Verliehen: Dem Privatdozenten an der Universität Würzburg Dr. Siegfried Skraup der Titel a. o. Professor.

Beurlaubt: Der a. o. Professor der Physik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Richard Schachenmeier infolge Eintritts als Laboratoriumsvorstand und Betriebsdirektor bei der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft Berlin).

In den Ruhestand: Der ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Königsberg Geh. Regierungsrat Dr. Paul Volkmann, an der Technischen Hochschule Karlsruhe die ord. Professoren Geheimer Hofrat Dr. August Schleiermacher (Theoretische Physik) und Geheimer Hofrat Dr. Adolf Krazer (Mathematik).

Ehrungen: Die Royal Society London verlieh die Copley-Medaille Professor H. Lamb für seine Forschungen auf dem Gebiete der mathematischen Physik, die Davy-Medaille Professor H. B. Baker für seine Untersuchungen über das vollständige Trocknen von Gasen und Flüssigkeiten und die Hughes-Medaille Professor R. A. Millikan für seine Bestimmungen der Elektronenladungen und anderer physikalischer Konstanten.

Gestorben: Der frühere Professor für Chemie am University College in Nottingham Frank Clowes, der frühere ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Heidelberg Geheimer Rat Dr. Georg Quincke.

Gesuche.

Physiker,

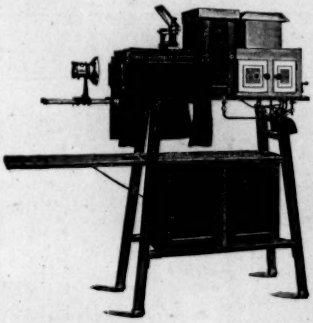
Dr. phil., seit 1917 Leiter eines physikalischen Industrielaboratoriums, sucht selbständige Stellung, vorwiegend wissenschaftlicher Art. Langjährige wissenschaftliche Tätigkeit, vakuumtechnische Erfahrungen. Gute konstruktive Fähigkeiten. Angebote unter **S. H. 629** an den Verlag der Physikalischen Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstr. 2.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. F. Harms in Würzburg. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

MAX KOHL A.G. Chemnitz

Physikalische Apparate
Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel
in gediegener Ausführung.

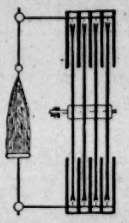
Weltausstellung Brüssel: 4 Große Preise;
Turin: 2 Große Preise; Dresden: Großer Preis.



Kohls Megadiaskop. Projektions-Apparat für alle im Unterricht gebräuchlichen Projektionsarten, z. B. für durchfallendes Licht, für auffallendes Licht, für Mikroprojektion, Spektral-, Polarisations-Interferenzerscheinungen usw.

Prismen, Linsen, Platten
aus
Kalkspat, Flußspat, Quarz,
Steinsalz, Glas.
Gyps- und Glimmerpräparate.
Preisliste gratis.
R. Halle Nachfolger, Optisches Institut.
Berlin-Steglitz.

D.R.P. **Wommelsdorfsche** *Neu!*
Kondensatormaschinen



Neue Type. Leistung wie 10-30 Influenzmaschinen gleicher Größe. Betriebssicher. Idealer Laboratoriumsgenerator für Gleichstrom v. 100—250000 Volt, Röntgen, Braunsche Röhre, Hochfrequenz.

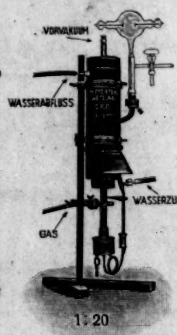
Influenzmaschinen
Wommelsdorfscher Elektrophor und Verstärkungsflasche (variabel).

Berliner Elektros-Ges. m. b. H.
Berlin-Schöneberg, Mühlenstr. 10

G. E. Stechert & Co. in Leipzig, Hospitalstr. 10
kaufen stets gegen Bezahlung in **Dollars**
Wissenschaftliche Zeitschriften in vollständigen Reihen
z. B.
Annalen der Physik — Annalen der Chemie — Mathematische Annalen — Journal für praktische Chemie — Monatshefte für Chemie — Physikalische Zeitschrift — Zeitschrift für physikalische Chemie — Meteorologische Zeitschrift — Zeitschrift für Mathematik usw.
Angebote mit Preisangabe erbeten.

Pfeiffer's

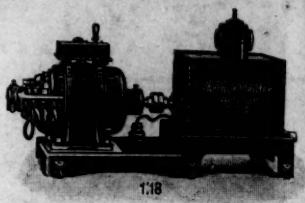
Quecksilber-Dampfstrahlpumpe
ganz aus Stahl D. R. P. angem.



1:20

15 Liter bis zum Aussetzen jeder Entladung in **10 Sek.** vom Vorvakuum ab.
Listen von Abt. H anfordern.

Vgl. Techn. Physik. 1922, Heft 12. Phys. Ztschr. 1922, pag. 463.



1:18

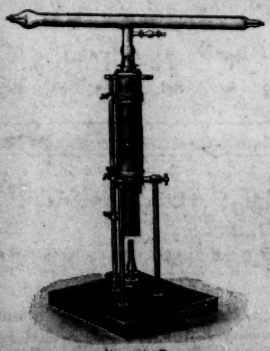
Rotierende Öl-Luftpumpe D.R.P.

Hochvakuum-Pumpen, Vakua bis $^1/_{1\,000\,000}$ mm Hg.
Saugleistung bis 50 cbm per Stunde
Photometer aller Systeme
Öl-Prüfapparate, Schnellviskosimeter usw.
Funken-Induktoren bis 1000 mm Funkenlänge
Doppel-Pendelgleichrichter
Oscillographen

Arthur Pfeiffer
Wetzlar 8
Telegr. Vakupfeif. — Tel. 85 u. 86.

Neue Hochvakuum-Diffusions-Pumpe aus Metall
nach Prof. Gaede

D.R.P. und Auslandspatente angemeldet



$^1/_{10}$ nat. Gr.

Saugleistung: 15 Liter per Sek.
Vorvakuum: 20 mm
„Vergl. Zeitschrift für Technische Physik, Jahrg. 1923, Nr. 10"

Alleinige Hersteller

E. Leybold's Nachfolger A.-G.
Köln a/Rhein, Brüderstr. 7

Sonderliste auf Wunsch

Für den Anzeigenteil verantwortlich S. Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.